

*В. Ю. Трофимов, А. Е. Шахмейстер*

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ЦИФРОВОГО КОДА ВО ВРЕМЕННОЙ ИНТЕРВАЛ В АВТОНОМНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

*V. Yu. Trofimov, L. E. Shakhmeyster*

### NONLINEAR DIGITAL CODE CONVERTERS IN TIME INTERVAL IN AUTONOMOUS INFORMATION AND CONTROL SYSTEMS

**А н н о т а ц и я. Актуальность и цели.** Преобразователи цифровой код – временной интервал используются в дистанционно управляемых автономных информационных и управляющих системах для отсчета времени дистанционного действия, замедления, самоликвидации. Быстрота изменения обстановки, в которой функционирует система, требует сокращения времени ввода в нее данных задания, в частности времени дистанционного действия. Сокращение времени ввода данных увеличением скорости передачи информации ограничено полосой пропускания линии связи. В этой связи возникает задача поиска новых путей сокращения времени ввода данных. **Материалы и методы.** Рассмотрены непрерывные и дискретные модели нелинейного преобразования с возможностью их реализации вычислительными средствами автономных информационных и управляющих систем. **Результаты.** Предложено для сокращения времени и длины кода введение данных осуществлять с дискретностью, значение которой относительно устанавливаемого времени действия является постоянной величиной. Показано, что постоянное значение относительной дискретности ввода данных обеспечивается нелинейным преобразованием код – временной интервал. Для непрерывной модели преобразования – это экспоненциальная функция, для дискретной – показательная. Проанализирована возможность упрощения реализации нелинейного преобразования путем замены экспоненциальной и показательных функций их представлениями рядом Тейлора с ограниченным числом элементов, а также интерполирующими или аппроксимирующими полиномами различных порядков. Обеспечение высокой точности преобразования достигается использованием кусочно-линейного или кусочно-квадратичного преобразования. **Выводы.** Использование нелинейного преобразования цифровой код во временной интервал позволяет уменьшить длину двоичного цифровой код и сократить время ввода данных задания. В приведенном примере длина цифровой код при использовании нелинейного преобразования уменьшается с 16 до 12 бит.

**A b s t r a c t. Background.** Digital code – time interval converters are used in remote-controlled Autonomous information and control systems for counting the time of remote action, deceleration, and self-elimination. The rapid change in the environment in which the system operates requires a reduction in the time it takes to enter task data, in particular, the time of remote action. Reducing data entry time by increasing the data transfer rate is limited by the bandwidth of the communication line. This raises the challenge of finding new ways to reduce data entry time. **Materials and methods.** Continuous and discrete models of nonlinear transformation with the possibility of their implementation by computing means of Autonomous in-

formation and control systems are considered. **Results.** It is proposed to reduce the time and length of the code to introduce data with a discreteness, the value of which is a constant relative to the set time of action. It is shown that a constant value of the relative discreteness of data input is provided by nonlinear code – time interval pre-formation. For a continuous transformation model, this is an exponential function; for a discrete model, it is an exponential function. The possibility of simplifying the implementation of a nonlinear transformation by replacing exponential and exponential functions with their representations of the Taylor series with a limited number of elements, as well as interpolating or approximating polynomials of different orders, is analyzed. Ensuring high conversion accuracy is achieved by using piecewise linear or piecewise quadratic conversion. **Conclusions.** Using non-linear conversion of the digital code to the time interval allows you to reduce the length of the binary digital code and reduce the time for entering the task data. In the example above, the length of the digital code was reduced from 16 to 12 bits when using a non-linear transformation.

**К л ю ч е в ы е с л о в а:** цифровой код, временной интервал, нелинейный преобразователь.

**К e y w o r d s:** digital code, time interval, nonlinear converter.

В дистанционно управляемых автономных информационных и управляющих системах информация о требуемом функционировании может вводиться с помощью прибора управления цифровым кодом с дальнейшим его преобразованием во временной интервал [1]. Указанное преобразование используется в дистанционно управляемых автономных информационных и управляющих системах для отсчета времени дистанционного действия, замедления, самоликвидации. Быстрота изменения обстановки, в которой используются указанные системы, увеличение объема обмениваемой непосредственно перед применением с внешним прибором управления информации вызывают необходимость уменьшения времени передачи данных. Решение задачи известными методами, связанными с увеличением скорости передачи данных, ограничено полосой пропускания используемых линий связи и снижением помехозащищенности линии связи на высоких скоростях. В этой связи возникает задача по поиску других путей уменьшения времени ввода необходимых данных, в частности, путем сокращения длины передаваемого цифрового кода. Это может быть реализовано за счет исключения излишней передаваемой информации.

Одним из параметров, вводимым в систему непосредственно перед использованием, является время действия  $T_{yd}$ , которое может подаваться в виде цифрового кода, с использованием его дальнейшего линейного преобразования [2]:

$$T_{yd} = T_{yd \min} + h_{yTd} K,$$

где  $T_{yd \min}$  – минимальное устанавливаемое время действия;  $K$  – код, вводимый при установке, численное значение которого соответствует устанавливаемому времени действия,  $h_{yTd}$  – дискретность ввода времени действия.

Дискретность  $h_{yTd} = \text{const}$  и соответствует изменению времени действия при изменении цифрового значения кода  $K$  на единицу.

Перейдем к относительным единицам

$$t_0 = 1 + K \frac{h_{yTd}}{T_{yd \min}},$$

$$K = (t_0 - 1) \frac{T_{yd \min}}{h_{yTd}},$$

$$T_{yd \max} = T_{yd \min} + h_{yTd} K_{\max},$$

где  $t_0$  – относительное значение устанавливаемых во взрыватель времен,  $t_0 = \frac{T_{yd}}{T_{yd \min}}$ ;  $T_{yd \max}$  – максимальное устанавливаемое время действия;  $K_{\max}$  – максимальное значение кода  $K$ :

$$t_{0 \max} = 1 + K_{\max} \frac{h_{yTd}}{T_{yd \min}},$$

где  $t_{0 \max} = \frac{T_{yd \max}}{T_{yd \min}}$  – максимальное значение  $t_0$ ,  $T_{yd \min} > 0$ ,

$$K_{\max} = (t_{0 \max} - 1) \frac{T_{yd \min}}{h_{yTd}}.$$

Так как  $K$  может меняться от 0 до  $K_{\max}$ , т.е. число различных значений  $K$  равно  $K_{\max} + 1$ , количество  $l_y$  вводимой информации и необходимая для этого разрядность  $n$  двоичного кода определяются выражениями [3]:

$$l_y = \log_2(K_{\max} + 1), \quad n = \text{ceil}(l_y), \quad (1)$$

где  $\text{ceil}$  – округление числа до большего целого.

При  $t_{0 \max} = 60$ ,  $\frac{T_{yd \min}}{h_{yTd}} = 10^3$ , с учетом выражения для  $K_{\max}$ , по формуле (1) имеем

$$l_y = \log_2[(60 - 1) \cdot 10^3 + 1] = 15,8, \quad n = 16 \text{ бит.}$$

При использовании постоянного значения дискретности ввода данных, при малых  $T_{yd}$  составляющая относительной погрешности отсчета времени действия, обусловленная дискретностью их ввода, может оказаться достаточно большой, а при больших  $T_{yd}$  неоправданно малой. Одним из путей устранения этого недостатка является ввод данных о требуемом времени действия с относительной дискретностью  $\varepsilon$ , значение которой относительно вводимого времени действия  $T_{yd}$  является величиной постоянной,

$$\varepsilon = \frac{h_{yTd}}{T_{yd}} = \text{const.} \quad (2)$$

Иными словами,  $\varepsilon$  соответствует относительному увеличению устанавливаемого времени действия, соответствующему увеличению вводимого кода  $K$  на единицу.

Делая допущение о непрерывности переменных  $T_{yd}$  и  $K$  (в дальнейшем будет проведен анализ без указанного допущения), можем записать

$$\frac{dT_{yd}}{dK} = \varepsilon T_{yd},$$

откуда при минимальном значении  $K$ , равном 0,

$$\int_{T_{yd \min}}^{T_{yd}} \frac{dT_{yd}}{T_{yd}} = \varepsilon \int_0^K dK.$$

Используя ранее принятое обозначение  $t_0 = \frac{T_{yd}}{T_{yd \min}}$ , имеем [4]

$$K = \frac{1}{\varepsilon} \ln t_0, \quad K_{\max} = \frac{1}{\varepsilon} \ln t_{0 \max}.$$

С учетом того, что  $K$  – целое число, получаем

$$K = \text{round}\left(\frac{1}{\varepsilon} \ln t_0\right), \quad K_{\max} = \text{round}\left(\frac{1}{\varepsilon} \ln t_{0\max}\right), \quad (3)$$

где  $\text{round}(\dots)$  – округление до ближайшего целого;

$$t_0 = e^{\varepsilon K}, \quad t_{0\max} = e^{\varepsilon K_{\max}}. \quad (4)$$

Таким образом, при использовании непрерывной модели преобразования цифровой код – временной интервал постоянное значение относительной дискретности ввода данных обеспечивается реализацией нелинейного экспоненциального преобразования (4).

Количество вводимой информации и разрядности  $n$  двоичного кода  $K$  определяются выражениями (1).

Реализация вычислительными средствами внешнего прибора управления выражения (3) затруднений не вызывает, поскольку, как правило, их мощностей достаточно для вычисления логарифмических функций, а вот реализация электронным блоком информационной системы-выражения (4) может потребовать достаточно большого времени из-за отсутствия встроенных необходимых функций в используемых для построения электронных блоков автономных систем соответствующих вычислительных возможностей, в частности, при использовании 8-разрядных маловыводных PIC-микроконтроллеров [5].

В этой связи возникает задача по замене выражения (4) и связанного с ним выражения (3) на более простые с точки зрения практической реализации, обеспечивающие с той или иной погрешностью условия, определяемые выражением (2), без внесения дополнительной погрешности, вызванной использованием приближенных выражений.

В качестве приближенных выражений (4) можно использовать полином, представляющий собой разложение в ряд Тейлора, а также интерполяцию или аппроксимацию полиномом различных степеней. Далее приведены некоторые возможные замены [6]:

$$t_{\text{ТР}} = 1 + \sum_{i=1}^{i=P} \frac{1}{i!} (\varepsilon K)^i, \quad (5)$$

где  $t_{\text{ТР}}$  – замена выражения (4) первыми членами его разложения в степенной ряд Тейлора  $i$ -ой степени (индекс  $P$ ),

$$t_{\text{ИР}}, \quad t_{\text{АП}} = \sum_{i=0}^{i=P} u(i+1) (\varepsilon K)^{P-i}, \quad (6)$$

где  $t_{\text{ИР}}, t_{\text{АП}}$  – интерполяционный (индекс  $I$ ) или аппроксимирующий полином (индекс  $A$ )  $P$ -й степени (индекс  $P$ );  $u(\dots)$  – элемент вектора коэффициентов полинома.

Ряд Тейлора при небольших степенях  $P$  хорошо совпадает с заменяемой им экспонентой лишь при небольших значениях  $\varepsilon K$ . Интерполяционные полиномы обеспечивают точное совпадение с интерполируемой функцией в нескольких точках, число которых определяется степенью полинома. Аппроксимация полиномом обеспечивает наименьшее значение суммы квадратов отклонений исходной функции и аппроксимирующего полинома.

Коэффициенты интерполирующего полинома могут определяться с использованием функции *inv* программы MATLAB, а коэффициенты аппроксимирующего полинома функции *polyfit* – той же программы [7].

Критерием выбора заменяющей выражение (4) функции является:

- обеспечение выполнения условия, определяемого выражением (2),
- совпадение значений, вычисленных по формуле (4) и приближенных к ней полиномов (5, 6) при  $K = 0$  и максимальном значении  $K$ ,
- малое отличие фактического значения коэффициента  $\varepsilon$  от его выбранного номинального значения.

Графики зависимости предельных значений  $\varepsilon$ , получаемых при реализации выражений (5), (6), от максимального значения кода  $K$ , приведены на рис. 1. Рисунок 1,а соответствует значениям  $K_{\max} = 4095$ , рис. 1,б –  $K_{\max} = 1023$ .

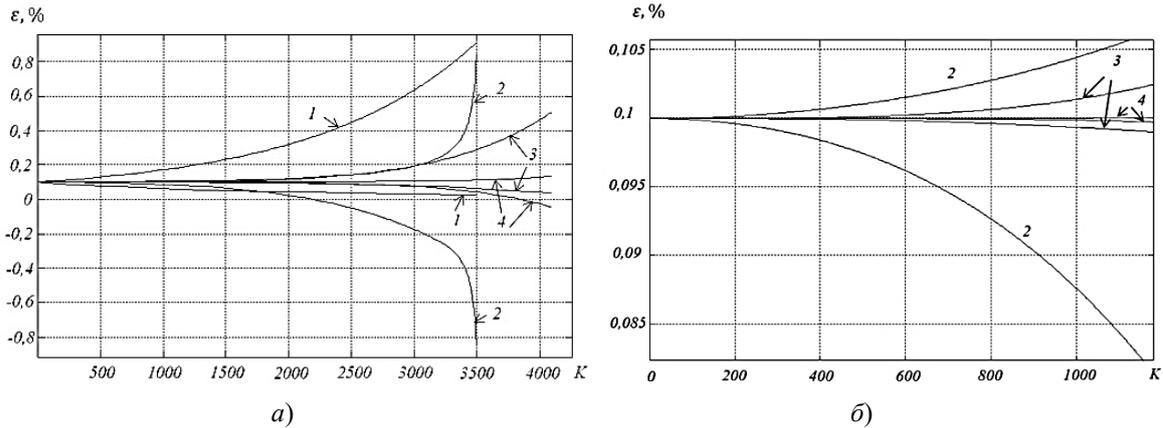


Рис. 1. Зависимости предельных значений  $\varepsilon$  от значений кода  $K$  при использовании интерполяции полиномами различных степеней: а – для  $K$  до 4095; б – для  $K$  до 1023; 1–4 – итерполяции полиномами 1–4-й степени соответственно

Предельные значения  $\varepsilon$  для различных приближенных к формуле (4) полиномов (5), (6) и  $K_{\max} + 1 = 2^5 \div 2^{12}$  приведены в табл.1.

Значения  $\varepsilon$  на графиках рис.1 и в табл. 1 приведены в процентах. Номинальное значение  $\varepsilon = 0,1 \%$ .

Таблица 1

Предельные значения  $\varepsilon(\varepsilon_{\max}, \varepsilon_{\min})$ , в процентах

Упрощение	Разрядность $K$							
	5	6	7	8	9	10	11	12
Ряд Тейлора	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
3-го порядка	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,098	0,090	0,069
Линейная интерполяция	0,102	0,103	0,107	0,114	0,130	0,174	0,328	1,421
Квадратичная интерполяция	0,099	0,097	0,094	0,089	0,078	0,062	0,043	0,024
Кубическая интерполяция	0,100	0,100	0,100	0,100	0,101	0,105	0,124	1,350
Кубическая интерполяция	0,100	0,100	0,100	0,099	0,097	0,087	0,019	-0,045
Кубическая интерполяция	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,102	0,119	0,505
Интерполяция полиномом 4-й степени	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,099	0,095	0,036
Интерполяция полиномом 4-й степени	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,101	0,129
Интерполяция полиномом 4-й степени	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,097	-0,025
Кубическая аппроксимация	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,102	0,125	0,659
Кубическая аппроксимация	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,099	0,095	0,043

Из данных табл. 1 и рис. 1 предварительно можно заключить, что по отклонению значения  $\varepsilon$  от номинального упрощенные выражения (5), (6) дают удовлетворительный результат для:

- линейной интерполяции  $t_{и1}$  – при разрядности кода  $K$  не более 5;
- квадратичной интерполяции  $t_{и2}$  – при разрядности кода  $K$  не более 9;
- кубических интерполяции  $t_{и3}$ , аппроксимации  $t_{А3}$  и ряда Тейлора  $t_{Т3}$  при разрядности кода  $K$  не более 10;
- интерполяции полиномом 4-го порядка  $t_{и4}$  при разрядности кода  $K$  не более 11.

При  $K = 0$  значения  $t_{Т3}$  выражения (5) совпадают со значениями  $t_0$  выражения (4) для любой разрядности  $K$ . При максимальных значениях  $K = 2^n - 1$  расхождение ряда Тейлора от  $t_0$  начинаются с разрядности кода  $K$   $n = 10$ . Аппроксимация  $t_{А3}$  полиномом 3-го порядка дает расхождение при  $n = 11$ , причем расхождение присутствует как при  $K = 0$ , так и при  $K = 2^n - 1$ .

Поскольку при построении интерполяционных полиномов можно обеспечить их совпадение с зависимостью (4) в нескольких точках, включая точки  $K = 0$  и  $K = 2^n - 1$ , недостатки, связанные с несовпадением приближенных и точных выражений при предельных значениях кода  $K$ , присущие ряду Тейлора и аппроксимирующему полиному, в интерполяционных полиномах могут отсутствовать.

По результатам анализа можно рекомендовать замену экспоненциального преобразования (4) интерполяционными полиномами (6) 1-го порядка  $t_{и1}$  с разрядностью кода  $K$  не более 5 и второго порядка  $t_{и2}$  при разрядности  $K$ , не превышающей 10.

Для увеличения допустимой разрядности вводимого кода  $K$  можно разбить весь интервал кодов на несколько отдельных диапазонов. Тогда для любого диапазона

$$K = K2 \cdot 2^{n_1} + K1,$$

где  $K1$  – код внутри диапазона,  $K1 = 0 : 2^{n_1} - 1$ ;  $K2$  – код номера диапазона,  $K2 = 0 : 2^{n_2} - 1$ ;  $n_1, n_2$  – разрядности кодов  $K1, K2$  соответственно.

Используя выражение (4), имеем

$$t_0 = e^{\varepsilon(K2 \cdot 2^{n_1} + K1)} = (e^{\varepsilon 2^{n_1}})^{K2} e^{\varepsilon K1},$$

$$t_0 = t_{01k}^{K2} t_{01}, \quad (7)$$

$$t_{01} = e^{\varepsilon K1}, \quad (8)$$

$$t_{01k} = e^{\varepsilon 2^{n_1}}, \quad (9)$$

где  $t_{01}$  – относительное значение устанавливаемого времени внутри диапазона;  $t_{01k}$  – значение переполнения относительного времени внутри диапазона, при  $K1 = 2^{n_1}$ .

Значение  $t_{01k}$  может быть определено при выборе равных в относительных единицах диапазонов из выражения (7):

$$t_{0 \max} = t_{01k}^{K2 \max} t_{01 \max}, \quad t_{01 \max} = t_{01k} (1 - \varepsilon), \quad \varepsilon \ll 1, \quad t_{01 \max} \approx t_{01k}, \quad t_{01k} \approx t_{0 \max}^{\frac{1}{2^{n_2}}}.$$

На рис. 2 приведены зависимости  $t_{01k}$  от  $t_{0 \max}$  для различных  $n_2$ .

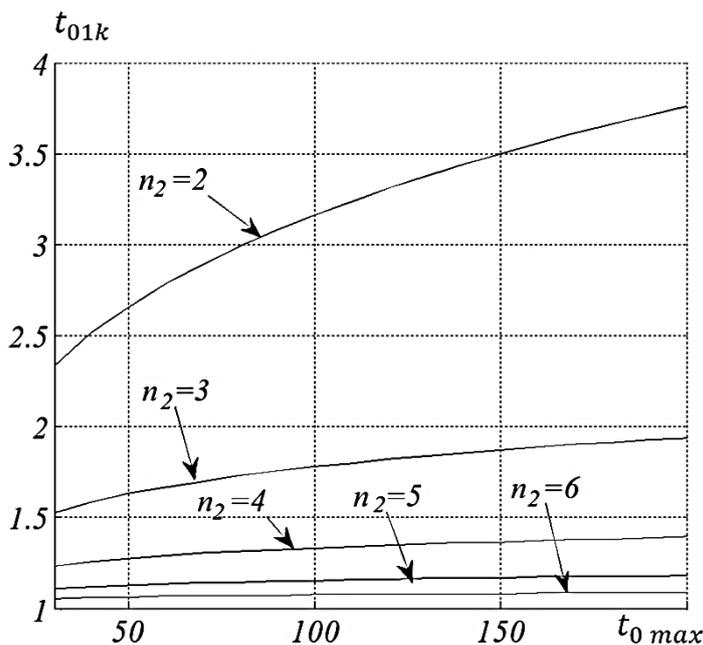


Рис. 2. Зависимость  $t_{01k}$  от  $t_{0 \max}$  для различных  $n_2$

В табл. 3 приведены  $t_{01k}$  для  $t_{0\max} = 30 \div 180$  и  $n_2 = 2 \dots 6$ .

Таблица 3

Относительные переполнения  $t_{01k}$  диапазона при различных максимальных  $t_{0\max}$

$t_{0\max}$	$n_2$					$t_{0\max}$	$n_2$				
	2	3	4	5	6		2	3	4	5	6
30	2,34	1,53	1,24	1,11	1,05	120	3,31	1,82	1,35	1,16	1,08
60	2,78	1,67	1,29	1,14	1,07	150	3,50	1,87	1,37	1,17	1,08
90	3,08	1,76	1,32	1,15	1,07	180	3,66	1,91	1,38	1,18	1,08

Приведенные формулы (5)–(13) могут использоваться для выбора числа необходимых диапазонов, на которые необходимо разбить весь интервал устанавливаемых времен.

Перейдем к определению длины кода  $K1$  установки требуемого времени внутри диапазона. Устанавливаемое время внутри диапазона определяется выражением (8). Замену выражения (8) можно осуществить, используя либо линейную, либо квадратичную интерполяцию по выражению (6), получая при этом формулу (7) в виде

$$t_0 = t_{01k}^{K^2} t_{\text{ИР}} \quad (10)$$

Рассмотрим возможности кусочно-линейной интерполяции  $t_{\text{ИЛ}}$ .

Совпадение значения  $t_{\text{ИЛ}}$  с  $t_{01}$  должно осуществляться при  $K1=0$  и  $K1=2^{n_1}$ , для которых  $t_{\text{ИЛ}}=t_{01}=1$  и  $t_{\text{ИЛ}}=t_{01k}$  соответственно.

Значения  $\varepsilon$  и разрядность  $n_1$  кода  $K1$ , связанные между собой и с  $t_{01k}$ , определяются из выражения (9)

$$n_1 = \text{ceil}[\log_2(\frac{1}{\varepsilon} \ln t_{01k})], \quad (11)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2^{n_1}} \ln t_{01k}. \quad (12)$$

На рис. 3, а, б приведены зависимости  $n_1$  от  $t_{01k}$  для различных номинальных значений  $\varepsilon$  и зависимости  $\varepsilon$  от  $t_{01k}$  для различных  $n_1$  при использовании кусочно-линейной интерполяции, определенные по формулам (11)–(12).

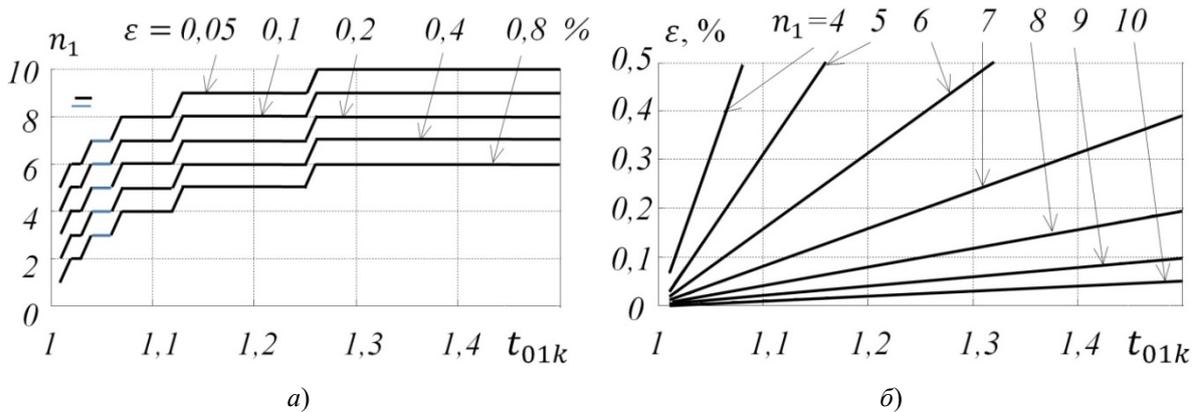


Рис. 3. Зависимости  $n_1$  и  $\varepsilon$  от  $t_{01k}$  при кусочно-линейной интерполяции:

а – зависимости  $n_1$  от  $t_{01k}$  для различных номинальных значений  $\varepsilon$ ;

б – зависимости  $\varepsilon$  от  $t_{01k}$  для различных  $n_1$

Из приведенных данных следует, что при использовании кусочно-линейной интерполяции малые значения  $\varepsilon$  могут быть получены только при малых  $t_{01k}$  и больших разрядностей кода  $K2$ .

Значение  $\varepsilon$  внутри диапазона не является величиной постоянной. Из формулы (6) для  $t_{И1}$  (для полинома 1-го порядка  $u(1) = \frac{t_{01k}-1}{2^{n_1}}$ ,  $u(2)=1$ ) можно получить абсолютную величину приращения  $t_{01}$  при изменении значения кода  $K1$  на единицу, численно равную коэффициенту  $u(1)$  полинома, разделив которую на  $t_{01}$ , получим значение  $\varepsilon$ .

Максимальное значение  $\varepsilon$  соответствует  $t_{01} = 1$ , а минимальное соответствует  $t_{01} = t_{01k}$ ,

$$\varepsilon = \frac{t_{01k}-1}{2^{n_1}} \frac{1}{t_{01}}, \quad \varepsilon_{\max} = \frac{t_{01k}-1}{2^{n_1}}, \quad \varepsilon_{\min} = \frac{\varepsilon_{\max}}{t_{01k}}. \quad (13)$$

Рассмотрим пример:  $t_{0\max} = 60$ ,  $\varepsilon \approx 0,1\%$ . По формуле (13) и табл. 3 определяем, что относительно малые значения  $t_{01k}$  могут обеспечиваться при  $n_2 = 4, 5$  или  $6$ , для которых  $t_{01k} = 1,29, 1,14$  или  $1,07$  соответственно. Из данных рис. 3 следует, что при заданных условиях и указанных  $t_{01k}$  разрядность  $n_1 = 9, 8$  и  $7$  для  $n_2 = 4, 5$  или  $6$  соответственно. Общая разрядность  $n = n_1 + n_2 = 13$ , что значительно меньше использования линейного преобразования и реализации установки времени действия с фиксированным значением абсолютной дискретности. Так, в рассмотренном ранее примере разрядность кода, определенная по формулам (1),  $n = 16$ .

Отметим, что минимальное число разрядов, определенное по формулам (3), (1), при  $t_{0\max} = 60$  и  $\varepsilon = 0,001$ , равно  $n = 12$ .

Снизить при кусочно-линейной интерполяции нелинейного преобразования общее число разрядов  $n$  до минимального 12 можно, увеличив допустимое значение  $\varepsilon$ .

В табл. 4 приведены вычисленные по формулам (13) значения  $\varepsilon_{\min}$ ,  $\varepsilon_{\max}$  для  $t_{0\max} = 60$  и  $n = 12$  при различных сочетаниях  $n_1, n_2$ .

Таблица 4

Значения  $\varepsilon_{\max}$  и  $\varepsilon_{\min}$  в процентах при кусочно-линейной интерполяции для  $t_{0\max} = 60$ ,  $n = 12$  и номинальном значении  $\varepsilon = 0,1\%$

$n_2$	4	5	6	7
$n_1$	8	7	6	5
$\varepsilon_{\max}, \%$	0,114	0,107	0,103	0,102
$\varepsilon_{\min}, \%$	0,088	0,094	0,097	0,098

Получили, что при  $n_2 = 5...7$ , вполне можно ограничиться 12-разрядным кодом  $K$  при колебаниях, в зависимости от  $n_2$ , значения  $\varepsilon$  в пределах  $\pm(2...7)\%$ . Таким образом, при указанных допустимых колебаниях  $\varepsilon$  кусочно-линейная интерполяция позволяет обеспечить минимально возможную разрядность кода  $K$ .

Перейдем к рассмотрению интерполяции выражения (8) для диапазона полиномом 2-й степени. Начальные условия:

$$t_{И2}(K1=0) = 1, \quad t_{И2}(K1=2^{n_1}) = t_{01k}, \quad t_{И2}(K1=m) = e^{\varepsilon m},$$

где  $m$  – значение  $K1$  в третьей точке, соответствующей минимальному отклонению  $\varepsilon$  от номинального значения внутри диапазона.

В табл. 5 приведены значения  $m$  и предельные относительные значения  $\varepsilon_{\min}$  и  $\varepsilon_{\max}$  при номинальном  $\varepsilon_{\text{ном}} = 0,1\%$  для  $n_1 = 2...12$ .

Таблица 5

Оптимальные вторые точки квадратичной интерполяции  
и предельные значения  $\varepsilon$  для  $n_1 = 2 \dots 12$

$n_1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$m$	2	2	6	14	30	60	115	207	325	366	184
$\varepsilon_{\max, \%}$	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,101	0,104	0,118	0,186
$\varepsilon_{\min, \%}$	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,099	0,098	0,092	0,047

На рис. 4 приведены  $\delta_{\varepsilon \min, \max}$  – предельные относительные отклонения  $\varepsilon$ , от его номинального значения при использовании линейной и квадратичной интерполяций.

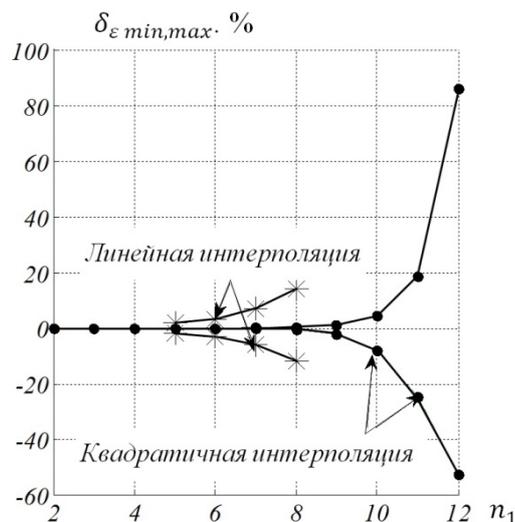


Рис. 4. Предельные относительные отклонения  $\varepsilon$  от номинального значения (0,1 %) для различной разрядности кода  $K1$

Как видно из табл. 5 и рис. 4, кусочно-квадратичная интерполяция дает значительно меньшие отклонения  $\varepsilon$  от номинального значения по сравнению с кусочно-линейной интерполяцией и может использоваться для разрядности кода  $K1 n_1 = 10$  включительно.

Уменьшить в приведенном ранее примере разрядность кода  $K$  при использовании кусочно-квадратичной интерполяции не удастся, поскольку при линейной интерполяции может быть реализован код  $K$  минимально возможной для приведенного примера разрядности.

Рассмотрим дискретную модель варианта нелинейного преобразования при постоянном значении относительной дискретности устанавливаемого времени действия  $\varepsilon = \text{const}$ .

Устанавливаемые времена  $T_{yd}(K)$ , исходя из постоянного значения относительного увеличения устанавливаемого времени, равны

$$T_{yd}(0) = T_{yd \min},$$

$$T_{yd}(1) = (1 + \varepsilon) T_{yd}(0) = (1 + \varepsilon) T_{yd \min},$$

$$T_{yd}(2) = (1 + \varepsilon) T_{yd}(1) = (1 + \varepsilon)^2 T_{yd \min},$$

...

$$T_{yd}(K) = (1 + \varepsilon) T_{yd}(K-1) = (1 + \varepsilon)^K T_{yd \min},$$

...

$$T_{yd \max} = (1 + \varepsilon) T_{yd}(K_{\max} - 1) = (1 + \varepsilon)^{K_{\max}} T_{yd \min}.$$

Переходя к относительным единицам, имеем

$$t_0 = (1 + \varepsilon)^K, \quad t_{0 \max} = (1 + \varepsilon)^{K_{\max}}. \quad (14)$$

Вместо экспоненциальной функции по выражению (4) получили показательную функцию (14) с последовательностью  $t_0$ , представляющую собой геометрическую прогрессию.

Количество вводимой информации и разрядность двоичного кода определяются теми же выражениями (1).

Необходимое значение  $K$  определяется выражением

$$K = \text{round} \left[ \log_{(1+\varepsilon)} t_0 \right], \quad K_{\max} = \text{round} \left[ \log_{(1+\varepsilon)} t_{0 \max} \right]$$

или

$$K = \text{round} \left( \frac{\ln t_0}{\ln(1 + \varepsilon)} \right), \quad K_{\max} = \text{round} \left( \frac{\ln t_{0 \max}}{\ln(1 + \varepsilon)} \right).$$

Сравним выражения (4) и (14). Заменяем в выражении (4)  $e^\varepsilon$  его разложением в степенной ряд, ограничиваясь первыми двумя членами [6],

$$t_0 = (e^\varepsilon)^K \approx (1 + \varepsilon)^K.$$

Получили примерное совпадение выражений (4) и (14).

Рассмотрим отношение  $\beta_1$  изменений  $t_0$  при изменении  $K$  на единицу, получаемое из формулы (14) при использовании дискретной модели:

$$\beta_1 = \frac{t_0(K+1)}{t_0(K)} = 1 + \varepsilon.$$

Аналогичное отношение  $\beta_2$  из формулы (4) при использовании непрерывной модели

$$\beta_2 = e^\varepsilon.$$

Используем разложение экспоненты в степенной ряд [6]:

$$e^\varepsilon = 1 + \varepsilon + R_1(\varepsilon),$$

где  $R_1(\varepsilon)$  – остаточный член в форме Лагранжа при ограничении разложения функции в степенной ряд членами первого порядка [6]:

$$R_1(\varepsilon) = \frac{e^c}{2!} \varepsilon^2,$$

где  $c$  – коэффициент, принимающий значения от 0 до  $\varepsilon$ .

Выражение для  $\beta_2$  примет вид

$$\beta_2 = 1 + \varepsilon + \frac{e^c}{2!} \varepsilon^2.$$

Так как  $\varepsilon \ll 1$ ,  $c \leq \varepsilon$ , то  $\frac{e^c}{2!} \varepsilon^2 \approx 0,5\varepsilon^2$ ,

$$\beta_2 \approx 1 + \varepsilon + 0,5\varepsilon^2.$$

При  $\varepsilon = 10^{-3}$  по точным формулам  $\beta_1 = 1,001$ ,  $\beta_2 = 1,0010005$ , а по упрощенной формуле  $\beta_2 \approx 1,001001$ . Полученные отличия практического значения не имеют, что свидетельствует о получении идентичных результатов при использовании непрерывной и дискретной моделей рассматриваемого нелинейного преобразования.

Сделанный ранее вывод о возможной замене непрерывной функции (4) полиномами (6) может быть распространен и на дискретную функцию (14).

Получаемые результаты интерполяции формулы (14) полиномом 2-го порядка (6) в рассмотренном ранее примере не дали заметных отличий от интерполяции выражения (4).

Отсчет установленного времени определяется выражением

$$T_{0d} = NT_g,$$

где  $T_{0d}$  – отсчитанное время;  $T_g$  – период генератора, определяющий дискретности отсчета времени;  $N$  – число периодов  $T_g$  генератора при отсчете времени.

Рассмотрим порядок определения значения  $N$ .

Устанавливаемое время действия равно

$$T_{yd} = t_0 T_{yd \min}. \quad (15)$$

Приравняв устанавливаемое и отсчитываемое времена, имеем

$$NT_g = t_0 T_{yd \min}, \quad NT_g = t_0 N_{\min} T_g, \\ N = t_0 N_{\min}, \quad (16)$$

где  $N_{\min}$  – число импульсов генератора, соответствующее минимальному отсчитываемому времени.

Реализация вычислительным устройством управляющей системы выражения (15) осуществляется следующим образом. Предварительно в постоянную память данных временного устройства записываются:

- значения  $t_{01k}$  или при небольшой разрядности  $n_2$  кода  $K2$ ,  $t_{01k}^{K2}$ ;
- коэффициенты интерполирующего полинома (6);
- значение  $N_{\min}$ , соответствующее минимальному устанавливаемому времени.

Указанные параметры определяются выбором разрядностей  $n_1$ ,  $n_2$  кодов  $K1$ ,  $K2$  и разрядностью интерполирующего полинома (6).

Период  $T_g$  генератора и номинальное значение относительной дискретности  $\epsilon$  ввода времени действия могут являться конструктивными параметрами временного устройства автономной системы.

В процессе ввода от внешнего прибора управления данных о требуемом времени действия во временное устройство автономной системы поступает код  $K$ , включающий в себя коды  $K1$ ,  $K2$ . Вычислительное устройство этой системы по значению кода  $K1$  и записанным в его память коэффициентам определяет значение  $t_{1p}$  ( $K1$ ) интерполяционного полинома (6), соответствующее коду  $K1$ . Далее в соответствии с выражением (10) определяется относительное значение  $t_0$  устанавливаемого времени действия и по формуле (16) находится  $N$ . Отсчет времени осуществляется в соответствии с выражением (15).

Если вычислительные мощности временного устройства автономной системы позволяют реализовать выражение (14), то в описанном порядке записи и отсчета времени действия реализации подлежит не интерполяционный полином (6), а выражение (14) для  $t_0$ .

На основании проведенного анализа можно заключить:

1. Сокращение времени ввода в автономных информационных и управляющих системах необходимых данных может быть осуществлено уменьшением разрядности передаваемого в автономную систему цифрового кода, что может быть реализовано путем исключения избыточной передаваемой информации.

3. Одним из возможных путей исключения избыточной информации о требуемом времени действия предложено использование нелинейного преобразования код – время действия.

4. В качестве нелинейного преобразования код – время действия может быть использовано преобразование, у которого при использовании непрерывной модели отношение производной зависимости код – время действия к времени действия является постоянной величиной.

ной, а при использовании дискретной модели последовательность вводимых времен представляет собой геометрическую прогрессию.

5. При ограничениях вычислительных мощностей временного устройства автономной системы могут использоваться кусочно-линейные или кусочно-нелинейные интерполяционные полиномы первого или второго порядков.

6. В приведенном примере использование нелинейных преобразований при построении дистанционно управляемых автономных систем позволило уменьшить количество вводимой информации в битах на 25 % и, соответственно, необходимую разрядность кода вводимых данных – с 16 до 12 бит.

### **Библиографический список**

1. Патент Российская Федерация 2630417, МПКН03М 1/82 (2006.01). Цифровой преобразователь код временной интервал / С. А. Калмыков, С. М. Крыжко, В. Г. Можайченко ; заявл. от 21.11.2016 ; опубл. 07.09.2017, Бюл. № 25.
2. Трофимов, В. Ю. Использование микроконтроллеров при преобразовании временного интервала в цифровой код / В. Ю. Трофимов, Л. Е. Шахмейстер // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2016. – № 3 (17). – С. 13–22.
3. Бессалов, А. Основы теории информации и кодирования / А. Бессалов. – Москва : Palmarium Academic Publishing, 2018. – 280 с.
4. Градштейн, И. С. Таблицы интегралов, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик ; под ред. А. Джеффри, Д. Цвиллингера ; пер. с англ. под ред. В. В. Максимова. – 7-е изд. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2011. – 1232 с.
5. Катцен, С. PIC-микроконтроллеры : пер. с англ. / С. Катцен. – Москва : Додэка ; ДМК Пресс, 2014. – 652 с.
6. Демидович, Б. П. Методы приближенных вычислений / Б. П. Демидович, Э. З. Шувалова, И. А. Марон. – Москва : Карьера Пресс, 2015. – 400 с.
7. АмосГилат. MATLAB. Теория и практика / пер. с англ. Н. К. Смоленцева. – 5-е изд. – Москва : ДМК Пресс, 2016. – 416 с.

### **References**

1. Pat. Russian Federation 2630417, МПКН03М 1/82 (2006.01). *Tsifrovoy preobrazovatel' kod vremennoy interval* [Digital converter code time interval]. S. A. Kalmykov, S. M. Kryzhko, V. G. Mozhaychenko; appl. 21.11.2016; publ. 07.09.2017, bull. № 25. [In Russian]
2. Trofimov V. Yu., Shakhmeyster L. E. *Izmerenie. Monitoring. Upravlenie. Kontrol'* [Measurement. Monitoring. Management. Control]. 2016, no. 3 (17), pp. 13–22. [In Russian]
3. Bessalov A. *Osnovy teorii informatsii i kodirovaniya* [Fundamentals of information theory and coding]. Moscow: Palmarium Academic Publishing, 2018, 280 p. [In Russian]
4. Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M. *Tablitsy integralov, ryadov i proizvedeniy* [Tables of integrals, series, and products]; transl. from Engl. ed. V. V. Maksimov. 7th ed. Saint-Petersburg: BKhV-Peterburg, 2011, 1232 p. [In Russian]
5. Kattsen S. *PIC-mikrokontrollery: per. s angl.* [PIC-microcontroller: translation from English]. Moscow: Dodeka ; DMK Press, 2014, 652 p. [In Russian]
6. Demidovich B. P., Shuvalova E. Z., Maron I. A. *Metody priblizhennykh vychisleniy* [Methods of approximate calculations]. Moscow: Kar'era Press, 2015, 400 p. [In Russian]
7. *AmosGilat. MATLAB. Teoriya i praktika* [Theory and practice]. Transl. from Engl. by N. K. Smolentsev. 5th ed. Moscow: DMK Press, 2016, 416 p. [In Russian]

#### **Трофимов Вадим Юрьевич**

кандидат технических наук,  
научный сотрудник,  
НПО «Поиск»  
(Россия, Ленинградская область,  
г. Мурино, ул. Лесная, 3)  
E-mail: Trovadji@gmail.com

#### **Trofimov Vadim Yurievich**

candidate of technical sciences,  
research fellow,  
SRA "Poisk"  
(3 Lesnaya street, Leningrad region,  
Murino, Russia)

**Шахмейстер Леонид Ефимович**

доктор технических наук,  
старший научный сотрудник,  
заместитель генерального директора по НИОКР,  
НПО «Поиск»  
(Россия, Ленинградская область,  
г. Мурино, ул. Лесная, 3)  
E-mail: lsh43@mail.ru

**Shakhmeyster Leonid Efimovich**

doctor of technical sciences,  
senior researcher,  
deputy general director for research  
and development,  
SRA "Poisk"  
(3 Lesnaya street, Leningrad region,  
Murino, Russia)

**Образец цитирования:**

Трофимов, В. Ю. Нелинейные преобразователи цифрового кода во временной интервал в автономных информационных и управляющих системах / В. Ю. Трофимов, Л. Е. Шахмейстер // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2020. – № 3 (33). – С. 42–54. – DOI 10.21685/2307-5538-2020-3-5.