

УДК 681.586.772:519.65

*Д. И. Нефедьев, А. В. Шварев*

## ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПУЛЬСАТОРА ДАВЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДВУМЕРНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

*D. I. Nefed'ev, A. V. Shvarev*

### BUILDING OF MATHEMATICAL MODEL OF PRESSURE USING TWO-DIMENSIONAL PULSATOR APPROXIMATION

**А н н о т а ц и я.** Представлена типовая функциональная схема пульсатора давления, являющегося основой метрологического обеспечения ДПА для измерения быстропеременных и импульсных давлений; описаны принцип действия и недостатки пульсатора. Для увеличения производительности выполнения операций градуировки с применением пульсаторов предложен вариант построения автоматизированной системы управления пульсатором давления на основе двумерной математической модели. Приведена структурная схема автоматизированной системы, описан принцип действия, а также даны результаты относительно производительности процесса испытаний датчиков.

**A b s t r a c t.** The article presents a typical functional diagram of pressure, which was the basis of metrological support of the DPA, for measuring the quick-variable and pulse pressures; the principle of action and disadvantages pulsator. To increase the performance of operations calibration using pulsates offered the option of creating automated control systems pulser pressure on the basis of two-dimensional mathematical model. Structural scheme of the automated system is described by a principle of action and give some results concerning the performance of the testing process sensors.

**К л ю ч е в ы е с л о в а:** динамическое давление, математическая модель, автоматизированная система управления, аппроксимация, пульсатор давления.

**К e y w o r d s:** dynamic pressure, mathematical model, automated control system, approximation, the device for creation of dynamic pressure.

В настоящее время все большее распространение получают методы оценки метрологических характеристик датчиков давлений в динамическом режиме. Применение датчиково-преобразующей аппаратуры (ДПА), отградуированной в статическом и квазистатическом режимах, значительно снижает достоверность полученной измерительной информации при контроле параметров динамически изменяющихся процессов.

Основой метрологического обеспечения ДПА для измерения быстропеременных и импульсных давлений являются образцовые пульсаторы давлений, применяемые для градуировки средств измерения давления в динамическом режиме.

Типовая функциональная схема пульсатора давления представлена на рис. 1.

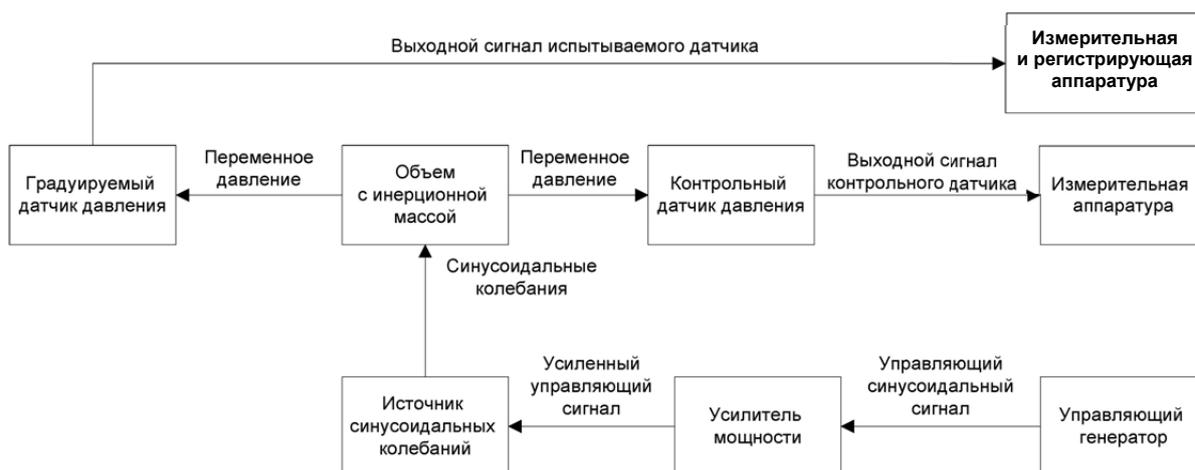


Рис. 1. Функциональная схема пульсатора давления

Принцип действия данного пульсатора основан на возбуждении колебаний инерционной массы в замкнутом объеме, заполненном жидкостью, путем воздействия на объем внешних синусоидальных колебаний с заданными параметрами амплитуды и частоты. Жидкость в замкнутом объеме находится под давлением. Источником возбуждающих колебаний в пульсаторах давления данного типа, как правило, является электродинамический вибростенд, управление которым осуществляется от генератора сигналов синусоидальной формы. Пульсаторы давления указанного типа обеспечивают воспроизведение переменных давлений в диапазоне от 0,1 до 1 МПа на фоне статического давления до 250 МПа в диапазоне частот от 30 до 300 Гц. Значения относительной погрешности воспроизведения переменных давлений не превышает 3 %. К недостаткам следует отнести значительную трудоемкость операций градуировки, связанную со сложностью определения выходных сигналов генератора, соответствующих требуемым параметрам воспроизводимого переменного давления. В условиях современного высокоэффективного производства пульсаторы давлений, применяемые при серийном производстве ДПА, должны обладать не только высокими метрологическими характеристиками, но и обеспечивать требуемые показатели производительности и технологичности.

Пути повышения производительности выполнения операций градуировки с применением пульсаторов давления заключаются в создании автоматизированной системы управления, позволяющей определять требуемые параметры выходного сигнала управляющего генератора и контролировать процесс воспроизведения требуемого переменного давления.

Благодаря развитию микропроцессорной техники при создании автоматизированных систем управления стало возможным перейти от схемотехнических решений к алгоритмическим методам определения параметров управляющих сигналов. Определяющую роль при этом играет правильный выбор математической модели функциональной зависимости показателей контролируемого процесса от параметров управляющих воздействий.

Математическая модель пульсатора давления должна отражать зависимости воспроизводимого переменного давления от частоты и от амплитуды сигнала управляющего генератора. В связи с тем, что при воспроизведении синусоидальных колебаний на различных частотах в пульсаторе возникают осевые и поперечные резонансы, графики зависимости воспроизводимого переменного давления от частоты выходного сигнала управляющего генератора имеют сложную форму, что значительно усложняет идентификацию математической модели. Кроме того, зависимость воспроизводимого переменного давления от амплитуды выходного сигнала управляющего генератора является нелинейной.

Наиболее распространенным методом аппроксимации, позволяющим получить математическую модель на основе экспериментальных данных, является полиномиальная аппроксимация. Однако полиномиальная аппроксимация предъявляет высокие требования к гладкости функции и не подходит для описания зависимости воспроизводимого пульсатором переменного давления от частоты выходного сигнала управляющего генератора. Кроме того, при использовании полиномов высоких степеней возможно накопление ошибок.

В большинстве случаев математическую модель объекта управления можно описать совокупностью полиномов вида  $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ , однако сложность функциональных зависимостей переменного давления от параметров сигнала управляющего генератора для обеспечения достаточно высокой сходимости математической модели с экспериментальными данными потребует составления множества полиномов, что значительно усложнит и ограничит возможности ее применения.

Для описания сложных функциональных зависимостей применяется метод аппроксимации с использованием базиса Флоатера–Хорманна. Базисные функции Флоатера–Хорманна образуют хорошо обусловленную систему, устойчивую к численным ошибкам. К недостаткам следует отнести относительно невысокую сходимость полученного математического описания с экспериментальными данными, что применительно к пульсаторам давления может привести к аварийным ситуациям, связанным с перегрузкой поверяемых датчиков по причине неточного определения параметров выходного сигнала управляющего генератора.

Для устранения вышеперечисленных недостатков целесообразно применять аппроксимацию функцией двух переменных (частоты и амплитуды сигнала управляющего генератора) методом наименьших квадратов.

Метод наименьших квадратов – один из базовых методов регрессионного анализа для оценки неизвестных параметров регрессионных моделей по выборочным данным. Метод основан на минимизации суммы квадратов остатков регрессии. Метод наименьших квадратов можно применять для решения задач в любой области, если решение заключается или удовлетворяет некоторому критерию минимизации суммы квадратов некоторых функций от искомым переменных, что позволяет использовать его и для приближенной аппроксимации заданной функции, при нахождении совокупности величин, удовлетворяющих ограничениям, количество которых превышает количество этих величин [1].

Экспериментальные данные для определения функциональной зависимости переменного давления  $P$  от обобщенных параметров амплитуды  $U$  и частоты  $f$  сигнала управляющего генератора представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты экспериментальных исследований пульсатора давления, Па

$U, В$	$f, Гц$				
	50	70	90	110	130
4	$1,77 \cdot 10^5$	$1,868 \cdot 10^5$	$1,963 \cdot 10^5$	$1,897 \cdot 10^5$	$1,786 \cdot 10^5$
6	$3,673 \cdot 10^5$	$3,748 \cdot 10^5$	$3,764 \cdot 10^5$	$3,746 \cdot 10^5$	$3,788 \cdot 10^5$
8	$6,75 \cdot 10^5$	$6,784 \cdot 10^5$	$6,864 \cdot 10^5$	$6,799 \cdot 10^5$	$6,805 \cdot 10^5$
10	$9,768 \cdot 10^5$	$9,837 \cdot 10^5$	$9,705 \cdot 10^5$	$9,872 \cdot 10^5$	$9,776 \cdot 10^5$
12	$11,564 \cdot 10^5$	$11,067 \cdot 10^5$	$10,995 \cdot 10^5$	$11,102 \cdot 10^5$	$10,984 \cdot 10^5$

Значение переменного давления в любой точке можно описать полиномом в степени  $k$  от аргументов  $U$  и  $f$ . Для построения характеристического полинома достаточно использовать степени не выше 3. Характеристические полиномы при этом имеют вид:

при  $k = 1$ :

$$P(U, f) = a_0 + a_1f + a_2U; \quad (1)$$

при  $k = 2$ :

$$P(U, f) = a_0 + a_1f + a_2U + a_3f^2 + a_4U^2 + a_5Uf; \quad (2)$$

при  $k = 3$ :

$$P(U, f) = a_0 + a_1f + a_2U + a_3f^2 + a_4U^2 + a_5Uf + a_6fU^2 + a_7Uf^2 + a_8f^3 + a_9U^3. \quad (3)$$

Для описания зависимости переменного давления от параметров сигнала управляющего генератора необходимо использовать функциональную зависимость, при которой сумма квадратов отклонений в каждой экспериментальной точке будет минимальной. При степени характеристического полинома  $k = 3$  сумма квадратов отклонений функции преобразования от экспериментальных данных определяется выражением

$$\min J(a_i) = \min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left( z_{i,j} - (a_9 U^3 + a_8 f^3 + a_7 U f^2 + a_6 f U^2 + a_5 U f + a_4 U^2 + a_3 f^2 + a_2 U + a_1 f + a_0) \right)^2, \quad (4)$$

где  $Z_{i,j}$  – значения экспериментальных данных.

Характеристический полином с определенными коэффициентами  $a_i$  примет вид

$$P(U, f) = 7,5675U^3 - 3,7776f^3 + 0,112Uf^2 + 0,6964fU^2 + 0,0035Uf - 0,033U^2 - 0,0048f^2 + 0,0111U - 0,0293f - 0,102. \quad (5)$$

Полученные результаты математического моделирования и относительные погрешности в каждой идентифицируемой точке приведены в табл. 2, 3 соответственно.

Таблица 2

Значения переменного давления в контрольных точках, Па

U, В	f, Гц				
	50	70	90	110	130
4	$1,7863 \cdot 10^5$	$1,8841 \cdot 10^5$	$1,9497 \cdot 10^5$	$1,9300 \cdot 10^5$	$1,7609 \cdot 10^5$
6	$3,6304 \cdot 10^5$	$3,6903 \cdot 10^5$	$3,768 \cdot 10^5$	$3,8021 \cdot 10^5$	$3,7313 \cdot 10^5$
8	$6,7930 \cdot 10^5$	$6,7797 \cdot 10^5$	$6,8286 \cdot 10^5$	$6,8784 \cdot 10^5$	$6,8687 \cdot 10^5$
10	$9,8678 \cdot 10^5$	$9,7449 \cdot 10^5$	$9,7268 \cdot 10^5$	$9,7542 \cdot 10^5$	$9,7656 \cdot 10^5$
12	$11,4553 \cdot 10^5$	$11,1811 \cdot 10^5$	$11,0580 \cdot 10^5$	$11,0248 \cdot 10^5$	$11,0201 \cdot 10^5$

Таблица 3

Погрешности определения переменного давления в контрольных точках, %

U, В	f, Гц				
	50	70	90	110	130
4	0,9230	0,7158	0,67887	1,7372	1,4052
6	1,1598	1,4392	0,1053	1,4965	1,4969
8	0,6378	0,0633	0,5161	1,1673	0,9223
10	1,04	0,9367	0,2248	1,1936	0,1064
12	0,9657	1,0307	0,5729	0,6956	0,3287

Применение метода наименьших квадратов для функции зависимости переменного давления от частоты и амплитуды управляющего сигнала генератора позволило построить математическую модель, нечувствительную к случайным отклонениям измеряемой величины, и обеспечить сходимость данных математической модели и результатов экспериментальных исследований с погрешностью не более 1,5 %.

Полученная математическая модель была использована при разработке автоматизированной системы управления пульсатором давления. Структурная схема автоматизированной системы управления приведена на рис. 2.

Принцип действия разработанной автоматизированной системы управления пульсатором давления заключается в определении начальных параметров управляющего сигнала, соответствующих требуемому переменному давлению, на основе полученного характеристического полинома, воспроизведении и регулировке с высокой точностью переменного давления с помощью пропорционального регулятора.

Физически автоматизированная система управления реализуется в виде контроллера на основе персонального компьютера с установленным программным обеспечением управления пульсатором, сопряженным с программируемым генератором сигналов синусоидальной формы и аналого-цифровым преобразователем (АЦП). Программируемый генератор сигналов синусоидальной формы связан через усилитель мощности с электродинамическим вибростендом, на столе которого закреплен замкнутый объем с установленными поверяемым и контрольным датчиками переменных давлений. В качестве контрольного датчика применяется эталонный датчик быстропеременных давлений, выходы которого подключены к АЦП [2].

Программное обеспечение управления пульсатором вычисляет на основе алгоритма, базирующегося на полученной математической модели, и передает в управляющий генератор значения амплитуды и частоты синусоидального сигнала, соответствующие требуемому уровню переменного давления. Усиленный посредством усилителя мощности сигнал управляющего генератора подается на катушку электродинамического вибростенда, возникающие при этом синусоидальные колебания создают в замкнутом объеме с инерционной массой переменное давление, измеряемое контрольным датчиком. Информация о текущем уровне переменного давления, полученная с контрольного датчика, обрабатывается аналого-цифровым преобразователем и передается в программно реализованный пропорциональный регулятор, определяющий рассогласование параметров текущего и требуемого уровня переменного давления и осуществляющего подстройку сигнала управляющего генератора. При достижении требуемого уровня переменного давления осуществляются измерение и регистрация параметров поверяемого датчика.

Применение автоматизированной системы управления позволяет:

- сократить время воспроизведения требуемого значения переменного давления с 3 мин до 12 с;
- сократить общее время операций поверки ДПА с применением пульсатора давлений с 45 до 15–17 мин;
- исключить субъективную погрешность, вносимую оператором при воспроизведении переменного давления в ручном режиме.

Таким образом, применением разработанной автоматизированной системы управления решаются две основные задачи, вытекающие из требований к современным пульсаторам давлений: обеспечение требуемой точности воспроизведения переменного давления и достижение высоких показателей производительности, обеспечивающих возможность применения пульсатора давления в технологическом цикле производства ДПА.

#### **Список литературы**

1. Ордынцев, В. М. Математическое описание объектов автоматизации / В. М. Ордынцев. – М. : Машиностроение, 1965. – 360 с.
2. Шеленок, Е. А. Гибридная система управления нелинейным скалярным объектом в циклических режимах / Е. А. Шеленок // Информатика и системы управления. – 2010. – № 3 (25). – С. 147–156.

---

#### **Нефедьев Дмитрий Иванович**

доктор технических наук,  
заведующий кафедрой  
информационно-измерительной техники,  
Пензенский государственный университет  
E-mail:iit@pnzgu.ru

#### **Nefed'ev Dmitriy Ivanovich**

doctor of technical sciences,  
head of sub-department  
of information and measuring equipment,  
Penza State University

**Шварев Алексей Владимирович**

инженер,  
Научно-исследовательский институт  
физических измерений  
E-mail: nimk15@niifi.ru

**Shvarev Aleksey Vladimirovich**

engineer,  
Scientific-research Institute  
of physical measurements

---

УДК 681.586.772:519.65

**Нефедьев, Д. И.**

**Построение математической модели пульсатора давления с использованием двумерной аппроксимации / Д. И. Нефедьев, А. В. Шварев // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2013. – № 3 (5). – С. 25–30.**