

УДК 621.3.087.92

А. В. Селезнев, Б. В. Чувькин

ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА ЛИНЕАРИЗАЦИИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПОГРЕШНОСТИ КВАНТОВАНИЯ СИГМА-ДЕЛЬТА АЦП

A. V. Seleznev, B. V. Chuvykin

SPECIFICITY OF APPLICATION OF LINEARIZATION METHOD FOR DESCRIBING SIGMA-DELTA ADC QUANTIZATION ERROR

А н н о т а ц и я. Рассмотрен метод линеаризации, широко используемый для проектирования сигма-дельта модуляторов. Проведено имитационное моделирование линеаризованного сигма-дельта модулятора и сигма-дельта модулятора с однобитным квантователем. Проведены результаты моделирования погрешности квантования. Сопоставлены значения СКО погрешности квантования модели линеаризованного сигма-дельта модулятора и модели сигма-дельта модулятора с квантователем. Приведены область применения и особенности метода линеаризации для описания погрешности квантования сигма-дельта АЦП.

A b s t r a c t. Linearization method widely used for sigma-delta modulator designing are considering. Modeling linearized sigma-delta modulator and sigma-delta modulator with 1-bit quantizer is carrying out. Modeling results are representing. Quantization error RMS values for linearized model and model with 1-bit quantizer are comparing. Range of application and specificity of linearization method for describing sigma-delta ADC quantization error is given.

К л ю ч е в ы е с л о в а: метод линеаризации, погрешность квантования, сигма-дельта модулятор, сигма-дельта АЦП.

К e y w o r d s: linearization method, quantization error, sigma-delta modulator, sigma-delta ADC.

В области аналого-цифрового преобразования высокой разрядности (более 18 разрядов) применяются исключительно методы преобразования на основе сигма-дельта модуляции. Основной частью сигма-дельта АЦП является сигма-дельта модулятор, который относится к классу нелинейных непрерывно-дискретных систем. Сигма-дельта модулятор представляет собой непрерывно-дискретную систему замкнутой структуры с нелинейным элементом (квантователь) в цепи обратной связи.

Анализ погрешности квантования сигма-дельта АЦП традиционно начинается с анализа сигма-дельта модулятора и рассмотрения его свойств в частотной области. Для этого рассматривается линеаризованная модель сигма-дельта модулятора, в которой нелинейный элемент (квантователь) заменяется на источник шума квантования $\xi(p)$. Шум квантования полагается некоррелированным со входным сигналом и с равномерной спектральной плотностью мощности [1].

Передаточные функции (ПФ) линеаризованной модели сигма-дельта модулятора для полезного сигнала $H_x(p)$ и для шума квантования $H_\xi(p)$ имеют следующий вид [2]:

$$H_x(p) = \frac{H_{\text{АФ}}(p)}{1 + H_{\text{АФ}}(p)} = \frac{1}{1 + p\tau}; \quad (1)$$

$$H_\xi(p) = \frac{1}{1 + H_{\text{АФ}}(p)} = \frac{p\tau}{1 + p\tau}. \quad (2)$$

Переходя в частотную область с помощью замены $p = j\Omega$, получим амплитудно-фазовые частотные характеристики для полезного сигнала и шума квантования:

$$|H_x(j\Omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \Omega^2\tau^2}}; \quad (3)$$

$$|H_\xi(j\Omega)| = \frac{\Omega\tau}{\sqrt{1 + \Omega^2\tau^2}}. \quad (4)$$

Из выражений (3), (4) следует, что при $\Omega \rightarrow 0$ коэффициент передачи полезного сигнала стремится к 1, а коэффициент передачи шума квантования – к 0. И наоборот, при $\Omega \rightarrow \infty$ коэффициент передачи полезного сигнала стремится к 0, а коэффициент передачи шума квантования – к 1. Таким образом, сигма-дельта модулятор реализует функцию фильтра нижних частот для полезного сигнала и фильтра верхних частот для шума квантования. При $\Omega \rightarrow 0$ передаточная функция линеаризованной модели сигма-дельта модулятора стремится к ПФ идеального дифференциатора.

На рис. 1,а показана структура линеаризованного сигма-дельта модулятора 1-го порядка с учетом процесса дискретизации, где АФ – аналоговый фильтр; $\xi(p)$ – источник шума квантования, на рис. 1,б – линейная Simulink-модель сигма-дельта модулятора 1-го порядка, на рис. 1,в – результат моделирования – спектр шума квантования. Входной сигнал задается равным нулю. Блок Integrator – идеальный интегратор с передаточной функцией $1/p$. Блок Uniform Random Number – генератор случайных чисел в диапазоне $[-1; 1]$ с равномерным законом распределения – реализует источник шума квантования. Блок Zero-Order Hold – интерполятор нулевого порядка – реализует дискретизацию входного сигнала, интервал дискретизации равен 1 с. Блок Spectrum Scope реализует анализатор спектральной плотности мощности, длина блока анализа 1024 отсчета, перекрытие блоков 512 отсчетов, используется весовое окно Хэннинга, усреднение по 100 результатам анализа.

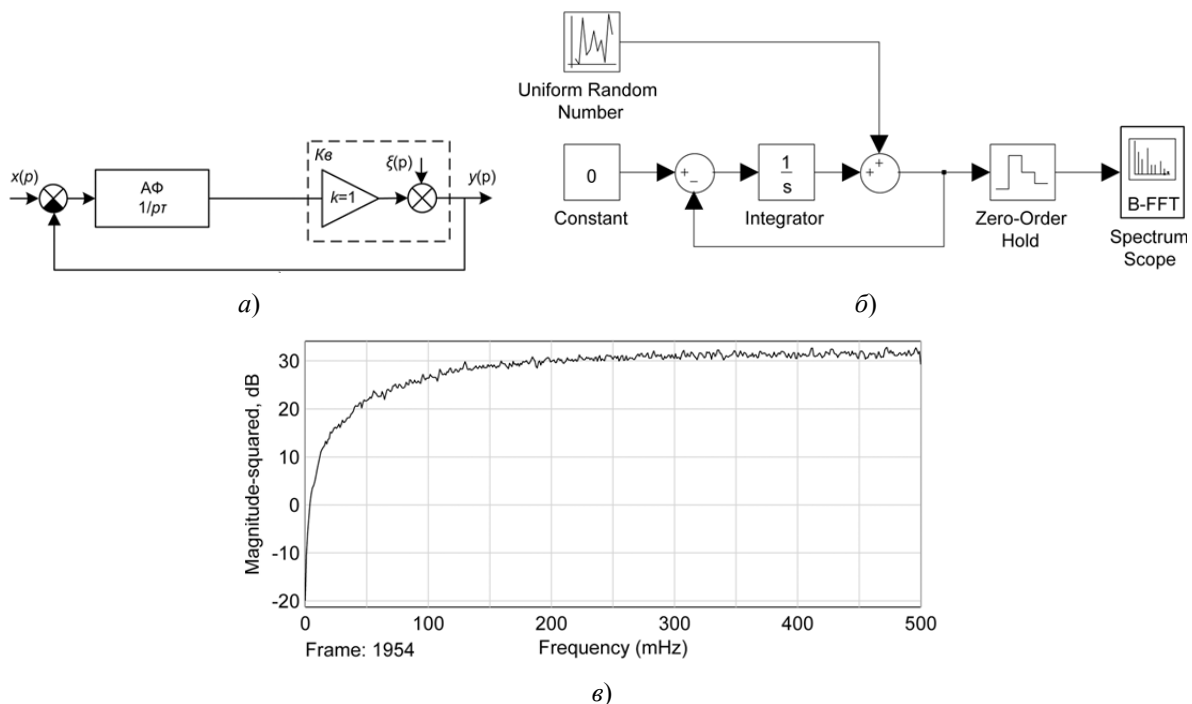


Рис. 1. Линеаризованная модель сигма-дельта модулятора 1-го порядка (а); линеаризованная Simulink-модель сигма-дельта модулятора 1-го порядка (б); спектр шума квантования (в)

График спектральной плотности мощности отображается в полосе частот [0; 0,5] Гц, что соответствует периоду дискретизации 1 с.

В линейризованной модели (см. рис. 1,а) не учитывается процесс дискретизации выходного сигнала АФ. Введем в модель элемент дискретизации и формирователь прямоугольных импульсов обратной связи с передаточной функцией

$$H_{OC}(p) = \frac{1 - e^{-p\tau}}{p}. \quad (5)$$

На рис. 2,а показана структура линейризованного сигма-дельта модулятора 1-го порядка с учетом процесса дискретизации. Передаточные функции для полезного сигнала $H_x(p)$ и шума квантования $H_\xi(p)$ линейризованной модели сигма-дельта модулятора с учетом процесса дискретизации имеют следующий вид [3]:

$$H_x(p) = \frac{p\tau}{1 + p^2\tau - e^{-p\tau}}; \quad (6)$$

$$H_\xi(p) = \frac{p^2\tau}{1 + p^2\tau - e^{-p\tau}}. \quad (7)$$

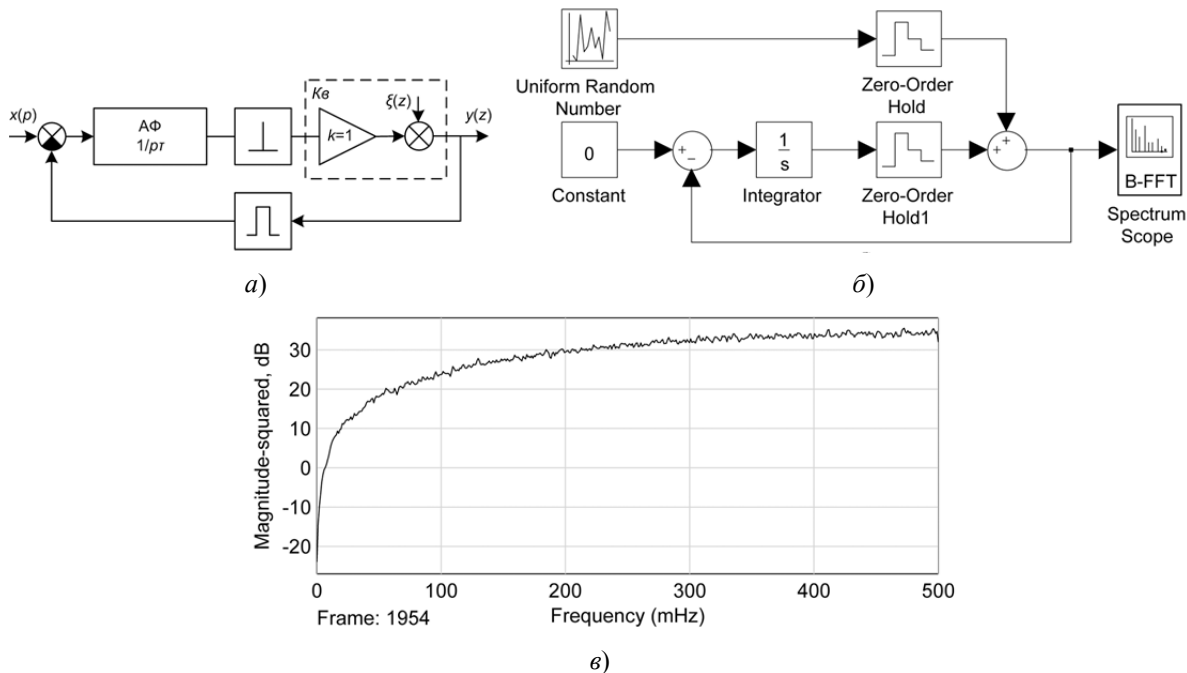


Рис. 2. Модель сигма-дельта модулятора 1-го порядка с дискретизацией (а); Simulink-модель сигма-дельта модулятора 1-го порядка с дискретизацией (б); спектральная плотность мощности шума квантования (в)

Получим амплитудно-фазовые частотные характеристики для полезного сигнала и шума квантования:

$$|H_x(j\Omega)| = \sqrt{\frac{\Omega^2\tau^2}{2 - 2\Omega^2\tau^2 - 2\cos(\Omega\tau) + \Omega^4\tau^4 + 2\Omega^2\tau^2\cos(\Omega\tau)}}; \quad (8)$$

$$|H_\xi(j\Omega)| = \sqrt{\frac{\Omega^4\tau^4}{2 - 2\Omega^2\tau^2 - 2\cos(\Omega\tau) + \Omega^4\tau^4 + 2\Omega^2\tau^2\cos(\Omega\tau)}}. \quad (9)$$

Из выражений (8), (9) следует, что при $\Omega \rightarrow 0$ коэффициент передачи полезного сигнала стремится к 1, а коэффициент передачи шума квантования – к 0. И наоборот, при $\Omega \rightarrow \infty$ коэф-

коэффициент передачи полезного сигнала стремится к 0, а коэффициент передачи шума квантования – к 1.

Имитационное моделирование в среде MATLAB Simulink показывает, что свойства сигма-дельта модулятора по вытеснению шума квантования из области частот полезного сигнала сохраняются в модели с учетом процесса дискретизации. На рис. 2,б показана Simulink-модель сигма-дельта модулятора 1-го порядка с дискретизацией, а на рис. 2,в – спектр шума квантования. Из сопоставления рис. 1,в и 2,в видно, что обе модели демонстрируют свойства вытеснения шума квантования из области частот полезного сигнала.

Для выявления особенностей использования метода линеаризации для описания погрешности квантования сигма-дельта АЦП сопоставлялись результаты моделирования линеаризованной модели и модели сигма-дельта модулятора с квантователем. Для исследования погрешности сигма-дельта АЦП использовалась схема эксперимента [4], в соответствии с которой погрешность квантования определяется как разность выходного сигнала модели сигма-дельта АЦП с модулятором с квантователем и выходного сигнала модели сигма-дельта АЦП с линеаризованным модулятором.

В соответствии с данной методикой была построена Simulink-модель для исследования погрешности квантования, показанная на рис. 3. В качестве тестового сигнала использовался синусоидальный сигнал с амплитудой 0,5 и 10240 отсчетов на период.

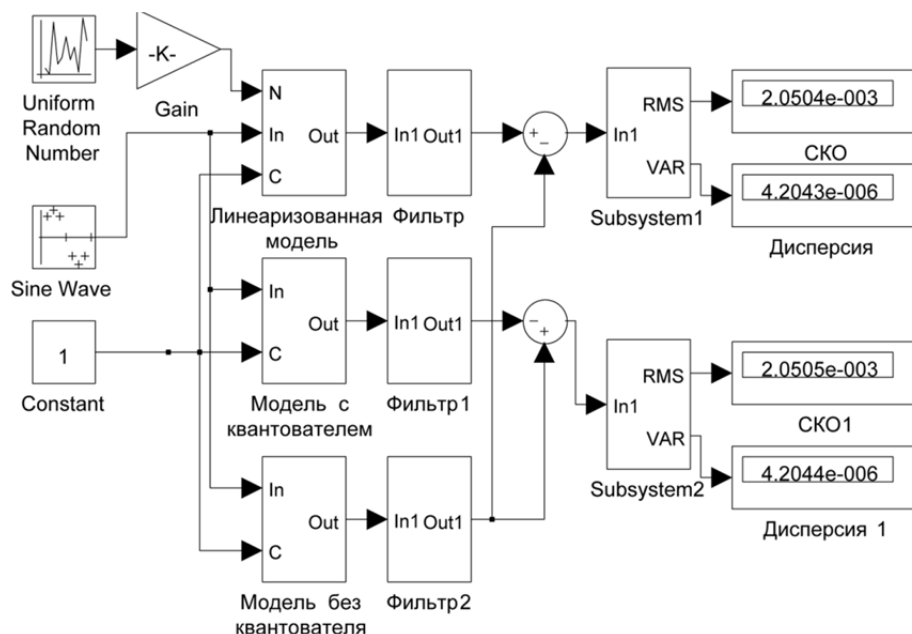


Рис. 3. Simulink-модель исследования погрешности квантования

Масштабный коэффициент $K = 0,408$ подбирался эмпирически по критерию совпадения SKO погрешности квантования сигма-дельта АЦП с линеаризованной моделью модулятора 1-го порядка и модели сигма-дельта АЦП с модулятором 1-го порядка с квантователем. В качестве цифрового фильтра-дециматора использовался фильтр трехкратного скользящего среднего с длиной весового окна 32 отсчета.

Исследуем зависимость погрешности квантования от уровня входного сигнала. В табл. 1 показаны результаты моделирования при разных уровнях входного сигнала. Дисперсия и SKO погрешности квантования модели с дискретизацией совпадают с таковыми для линейной модели с точностью до масштабного коэффициента K , задающего уровень сигнала источника шума квантования, который для линеаризованной модели равен 0,408, а для модели с дискретизацией равен 0,643 при условии равенства значений SKO погрешности квантования при амплитуде входного сигнала, равной 0,5. При использовании модели, учитывающей процесс дискретизации, масштабный коэффициент должен быть увеличен, из чего следует, что влияние шума квантования на результат преобразования отличается для модели сигма-дельта модулятора, учитывающей дискретизацию. Из табл. 1 видно, что линейные модели не описывают процессы в сигма-дельта модуляторе 1-го порядка, что выражается в отсутствии зависимо-

сти значения СКО погрешности квантования от амплитуды входного сигнала в отличие от модели с квантователем, где такая зависимость наблюдается.

Таблица 1

Результаты моделирования погрешности квантования сигма-дельта АЦП с модулятором 1-го порядка

Амплитуда входного сигнала	Линейная модель $K = 0,408$		Линейная модель с дискретизацией $K = 0,643$		Модель с квантователем	
	СКО	Дисперсия	СКО	Дисперсия	СКО	Дисперсия
0,5	$2,05 \cdot 10^{-3}$	$4,24 \cdot 10^{-6}$	$2,05 \cdot 10^{-3}$	$4,24 \cdot 10^{-6}$	$2,05 \cdot 10^{-3}$	$4,24 \cdot 10^{-6}$
0,4					$1,94 \cdot 10^{-3}$	$3,75 \cdot 10^{-6}$
0,3					$1,7 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-6}$
0,2					$2,0 \cdot 10^{-3}$	$4,01 \cdot 10^{-6}$
0,1					$2,25 \cdot 10^{-3}$	$5,08 \cdot 10^{-6}$

Проведем моделирование погрешности квантования сигма-дельта АЦП с модулятором 3-го порядка в соответствии с методикой эксперимента, описанной выше. В табл. 2 показаны результаты моделирования погрешности квантования сигма-дельта АЦП с модулятором 3-го порядка при разных уровнях входного сигнала.

Таблица 2

Результаты моделирования погрешности квантования сигма-дельта АЦП с модулятором 3-го порядка

Амплитуда входного сигнала	Линейная модель $K = 0,113$		Линейная модель с дискретизацией $K = 0,751$		Модель с квантователем	
	СКО	Дисперсия	СКО	Дисперсия	СКО	Дисперсия
0,5	$2,15 \cdot 10^{-4}$	$4,61 \cdot 10^{-8}$	$2,15 \cdot 10^{-4}$	$4,61 \cdot 10^{-8}$	Модулятор неустойчив	
0,4					$2,14 \cdot 10^{-4}$	$4,6 \cdot 10^{-8}$
0,3					$2 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-8}$
0,2					$1,88 \cdot 10^{-4}$	$3,52 \cdot 10^{-8}$
0,1					$1,87 \cdot 10^{-4}$	$3,51 \cdot 10^{-8}$

При амплитуде входного сигнала, равной 0,5, наблюдается резкий рост погрешности. Это связано с тем, что сигма-дельта модулятор 3-го порядка находится в области неустойчивой работы, чего не наблюдается в линейной модели. Также в рамках линейной модели нельзя объяснить существенное изменение погрешности квантования при изменении амплитуды и вида входного сигнала, которое наблюдается в нелинейной модели с квантователем. Например, при подаче на вход на модели сигма-дельта АЦП с модулятором 3-го порядка с квантователем постоянного сигнала с амплитудой, равной 0,4, значение СКО погрешности квантования в этом случае составляет $3,1 \cdot 10^{-4}$, дисперсия $9,5 \cdot 10^{-8}$. При увеличении амплитуды входного сигнала на $1 \cdot 10^{-5}$ значение СКО погрешности квантования в этом случае составляет $2,5 \cdot 10^{-4}$, дисперсия $6,23 \cdot 10^{-8}$.

Таким образом, учет процесса дискретизации в линеаризованной модели приводит к тому, что масштабный коэффициент источника шума квантования необходимо увеличить в 1,58 раза для модели сигма-дельта модулятора 1-го порядка и в 6,65 раза для модели сигма-дельта модулятора 3-го порядка. Это говорит о том, что влияние шума квантования в модели с учетом процесса дискретизации проявляется в меньшей степени по сравнению с линеаризованной моделью.

Линеаризованная модель инвариантна к уровню входного сигнала в отличие от модели с квантователем, где изменение уровня входного сигнала приводит к существенному изменению погрешности квантования. Поэтому для уточнения результатов необходимо проведение дополнительного моделирования с различными видами тестовых сигналов.

Метод линеаризации позволяет оценить средние значения погрешности квантования для всего ансамбля входных сигналов, но в то же время не описывает изменения погрешности квантования при изменении уровня входного сигнала. Данный метод допустимо применять при оценке погрешности квантования при преобразовании сигналов с равномерным законом распределения амплитуд и непрерывном (следающем) режиме преобразования. При ограничении диапазона преобразуемого сигнала или времени преобразования оценки погрешности, полученные с использованием метода линеаризации, могут значительно отличаться от реальных значений.

Список литературы

1. Data Conversion Handbook / Walt Kester, Editor. – Newnes, 2004. – 976 p.
2. Шахов, Э. К. $\Sigma\Delta$ -АЦП: понятие о передискретизации, шейпинге шума квантования и дедимации / Э. К. Шахов // Датчики и системы. – 2006. – № 11. – С. 50–57.
3. Чувькин, Б. В. $\Sigma\Delta$ -АЦП: синтез одноконтурных структур / Б. В. Чувькин, Э. К. Шахов, В. Н. Ашанин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2007. – № 1. – С. 91–106.
4. Чувькин, Б. В. $\Sigma\Delta$ -АЦП – анализ погрешности от краевых эффектов / Б. В. Чувькин, Э. К. Шахов, В. Н. Ашанин // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2007. – № 3. – С. 80–90.

Селезнев Антон Владимирович

аспирант,
Пензенский государственный университет
E-mail: seleznev_a_v@mail.ru

Seleznev Anton Vladimirovich

graduate student,
Penza State University

Чувькин Борис Викторович

доктор технических наук, профессор
кафедры информационно-вычислительных систем,
Пензенский государственный университет
E-mail: chuvykin_bv@mail.ru

Chuvykin Boris Viktorovich

doctor of technical sciences,
professor of sub-department
of information computer systems,
Penza State University

УДК 621.3.087.92

Селезнев, А. В.

Особенности использования метода линеаризации для описания погрешности квантования сигма-дельта АЦП / А. В. Селезнев, Б. В. Чувькин // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2013. – № 3 (5). – С. 9–14.