ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.311
doi:10.21685/2307-5538-2021-2-1

МАКСИМАЛЬНАЯ ЭНТРОПИЯ И ПРИНЦИП НАИМЕНЬШЕГО ДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В РЕЖИМЕ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ХАОСА

В. К. Федоров[1], И. Е. Пестрикова[2], И. В. Федоров[3], Е. В. Аношенкова[4], Д. В. Федоров[5]

[1,2,3,4] Омский государственный технический университет, Омск, Россия
[5] АО «Газпромнефть-ОНПЗ»
[1,2,3,4,5] pestrikova_omgt@inbox.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Одной из важных научных проблем теории электротехнической системы является решение задачи предсказания поведения изучаемых показателей качества электроэнергии во времени и фазовом пространстве на основе определенных знаний о начальном состоянии электротехнических систем. Эта задача сводится к нахождению некоторого закона, который позволяет по имеющейся информации об электротехнических системах в начальный момент времени t_0 в точке x_0 фазового пространства определить его будущее в любой момент времени $t > t_0$. *Материалы и методы.* Математическая модель электротехнической системы представляет собой детерминированную систему нелинейных дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями, решение которой ведет себя непредсказуемым и случайным образом – такой тип решения называется режимом детерминированного хаоса, и это новый тип и особая форма поведения электротехнических систем. В данной работе энтропия и ее максимизация рассматриваются в связи с различными возможными траекториями движения хаотической системы в фазовом пространстве между двумя точками (ячейками). Максимизация энтропии приводит к распределению вероятности выбора траектории как функции действия, из которой можно легко получить вероятность перехода электротехнической системы из одного состояния в другое. *Результаты.* Интересным результатом исследования является то, что наиболее вероятные траектории – это просто пути наименьшего действия. Это говорит о том, что принцип наименьшего действия в вероятностной ситуации эквивалентен принципу максимизации энтропии или неопределенности, связанной с тем или иным распределением вероятности. *Вывод.* Вывод исследования заключается в том, что скорее всего траектории движения – это пути наименьшего действия. Таким образом, в вероятностной ситуации принцип наименьшего действия равнозначен принципу максимизации энтропии или неопределенности, которая связана с разнообразным распределением вероятностей.

Ключевые слова: энтропия, энтропийная неустойчивость, принцип максимизации энтропии, принцип наименьшего действия, траектории движения, пути наименьшего действия, распределение вероятностей, нелинейное уравнение, неравновесная система, фазовое пространство, точка бифуркации, флуктуации, итерация, местная положительная обратная связь, электротехническая система

Для цитирования: Федоров В. К., Пестрикова И. Е., Федоров И. В., Аношенкова Е. В., Федоров Д. В. Максимальная энтропия и принцип наименьшего действия для электротехнических систем в режиме детерминированного хаоса // Измерения. Мониторинг. Управление. Контроль. 2021. № 2. С. 5–14. doi:10.21685/2307-5538-2021-2-1

MAXIMUM ENTROPY AND THE PRINCIPLE OF LEAST ACTION FOR ELECTRICAL SYSTEMS IN THE MODE OF DETERMINISTIC CHAOS

V.K. Fedorov[1], I.E. Pestrikova[2], I.V. Fedorov[3], E.V. Anoshenkova[4], D.V. Fedorov[5]

[1,2,3,4] Omsk State Technical University, Omsk, Russia
[5] Gazpromneft-ONPZ JSC
[1,2,3,4,5] pestrikova_omgt@inbox.ru

Abstract. *Background*. One of the important scientific problems of the theory of the electrical system topic is the solution of the problem of predicting the behavior of the studied indicators of electricity quality in time and phase space based on certain knowledge about the initial state of EFV. This task is reduced to finding some law that allows, according to available information about EFV at a partial time t0 at the point x0 of the phase space, to determine its future at any time $t > t_0$. *Materials and methods*. The mathematical model of the electrical system is a co-deterministic system of nonlinear differential equations with given initial conditions, the solution of which behaves unpredictably and randomly – this type of solution is called the mode of deterministic chaos and this is a new type and a special form of ETS behavior. In this work, entropy and its maximization are considered in connection with various possible trajectories of the movement of a chaotic system in the phase space between two points (cells). Macsimilation of entropy leads to a distribution of the probability of choosing a trajectory as a function of action, from which the probability of a transition of an electrical system from one state to another state can be easily obtained. *Results*. An interesting result of the study is that the most believable trajectories are simply the paths of least action. This suggests that the principle of least action in a probabilistic situation is equivalent to the principle of maximizing entropy or uncertainty associated with a particular probability distribution. *Output*. The conclusion of the study is that, most likely, motion paths are the least action paths. Thus, in a probabilistic situation, the principle of least action is equivalent to the principle of maximizing entropy or uncertainty, which is associated with a diverse probability distribution.

Keywords: entropy, entropy instability, entropy maximization principle, least action principle, motion trajectories, least action paths, probability distribution, nonlinear equation, non-equilibrium system, phase space, bifurcation point, fluctuations, iteration, local positive feedback, electrical system

For citation: Fedorov V.K., Pestrikova I.E., Fedorov I.V., Anoshenkova E.V., Fedorov D.V. Maximum entropy and the principle of least action for electrical systems in the mode of deterministic chaos. *Izmereniya. Monitoring. Upravlenie. Kontrol' = Measurements. Monitoring. Management. Control*. 2021;2:5–14. (In Russ.). doi:10.21685/2307-5538-2021-2-1

Введение

В ситуации далекой от равновесия дифференциальные уравнения, моделирующие тот или иной природный процесс, становятся нелинейными, а нелинейное уравнение обычно имеет более чем один тип решений. Поэтому в любой момент времени может возникнуть новый тип решения, не сводимый к предыдущему, а в точках смены типов решений – в точках бифуркации – может происходить смена фазовой пространственно-временной организации объекта [1].

Вдали от равновесия каждая подсистема «видит» всю систему целиком. Следовательно, лишь в *неравновесной системе* могут иметь место уникальные события и флуктуации, способствующие этим событиям, а также происходит расширение масштабов системы, повышение ее чувствительности к внешнему миру и, наконец, возникает историческая перспектива, т.е. возможность появления других, быть может, более совершенных, форм организации. И, помимо всего этого, возникает новая категория феноменов, именуемых аттракторами [2].

Принцип максимизации энтропии (ПМЭ), сформулированный в наиболее краткой форме, гласит: если делаются выводы на основе неполной информации (в условиях неопределенности (энтропии)), то необходимо опираться на такое распределение вероятностей, которое имеет максимальную энтропию, допускаемую априорной неполной информацией [3].

Задача обоснования и применения ПМЭ и тем самым энтропийного подхода в статистическом анализе показателей качества режимов функционирования электротехнической системы (ЭТС) решается в предположении, что ЭТС в целом обладает сравнительно устойчивыми и продолжительными уровнями нагрузки [4]. Кратковременными динамическими режимами нагрузки пренебрегают. Показатели качества электроэнергии (ПКЭ) как случайные величины имеют ограниченные по величине дисперсии, что соответствует физической природе процессов в ЭТС. Оценка отклонений ΔH энтропии от максимальной величины при анализе качества функционирования ЭТС имеет важное значение [5].

Причинами хаоса в электротехнической системе является наличие местной положительной обратной связи и наличие нелинейных элементов с круто падающей вольтамперной характеристикой (отрицательное сопротивление).

Целью данной работы является определение взаимосвязи между максимальной энтропией и принципом наименьшего действия на основе анализа распределения вероятностей движения по различным траекториям движения ЭТС в режиме детерминированного хаоса, движущейся между двумя точками в фазовом пространстве.

Энтропия и ее максимизация рассматриваются в связи с различными возможными траекториями хаотической системы, движущейся в ее фазовом пространстве между двумя ячейками. Фазовое пространство системы определяется так, что точка в ней представляет собой состояние системы.

Рассмотрим неравновесную электротехническую систему, движущуюся в фазовом пространстве между двумя точками a и b, которые находятся в двух элементарных ячейках данного разбиения фазового пространства (рис. 1). Если движение электротехнической системы является регулярным, то между двумя точками будет только одна возможная траектория. В другом случае будет только некоторый однозначный набор траекторий между начальной и конечной ячейками. Эти траектории являются путями, минимизирующими действие по принципу наименьшего действия [2], и имеют определенную вероятность появления. Любой другой набор траекторий движения должен иметь нулевую вероятность.

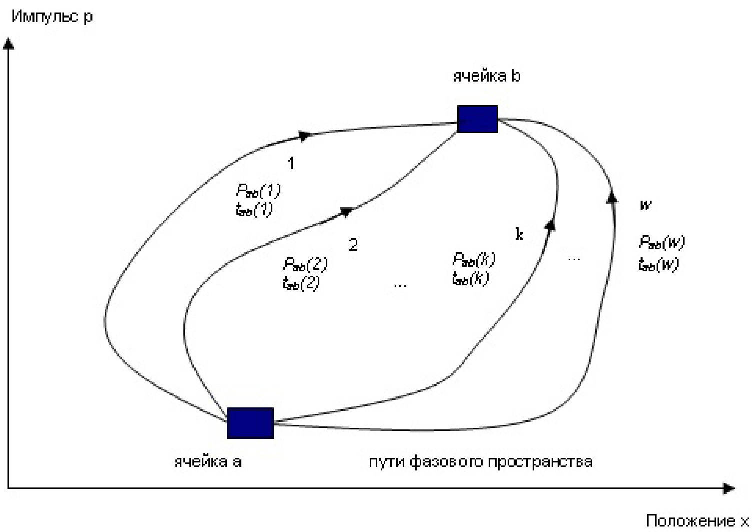

Рис. 1. Возможные траектории фазового пространства (k = 1, 2, …, w)
для хаотической электротехнической системы, чтобы пройти от точек
в фазовой ячейке a к точкам в фазовой ячейке b в течение времени t_{ab} (k) (вдоль пути k)

Для ЭТС, находящейся в хаотическом движении, все обстоит иначе. Две точки, неразличимые в начальной ячейке, могут экспоненциально отдаляться друг от друга. Обычно эти две точки после их ухода из начальной ячейки никогда не встретятся в конечной ячейке в фазовом пространстве. Тем не менее, возможно, что они проходят через одну и ту же ячейку в два разных момента времени. Таким образом, между двумя заданными фазовыми ячейками, представленными на рис. 1 буквами a и b соответственно, может быть много возможных траекторий, помеченных k (k = 1, 2, …, w), с различным временем прохождения t_{ab} (k) электротехнической системы и различной вероятностью p_{ab} (k) для электротехнической системы выбрать путь k. Это называется распределением вероятностей траектории [2].

Распределение вероятностей траектории определяется следующим образом. Предположим, что ансамбль большого числа L идентичных электротехнических систем движется в фазовом пространстве от ячейки a к ячейке b с w возможными траекториями [6]. Таким образом, вероятность $p_{ab}(k)$ того, что электротехническая система выберет путь k, определяется как обычно в теории вероятностей выражением $p_{ab}(k) = \frac{L_k}{L}$. Естественно, что $\sum_{k=1}^{w} p_{ab}(k) = 1$. По определению, $p_{ab}(k)$ – это вероятность перехода из состояния a в состояние b по любой траектории k.

В данной работе распределение вероятностей траектории из-за динамической неустойчивости изучается в связи с теорией энтропийной неустойчивости и принципом наименьшего действия. Прежде всего мы предполагаем, что различные траектории неравновесных электротехнических систем, движущихся между фазовыми ячейками a и b, однозначно дифференцируются по их действию, определяемому [7] как

$$A_{ab}(k) = \int_{t_{ab}(k)} L_k(t)dt, \quad (1)$$

где L_k (t) – лагранжиан системы в момент времени t вдоль пути k и определяется как $L_k(t) = U_k(t) - V_k(t)$, где $U_k(t)$ – общая кинетическая энергия и $V_k(t)$ – полная потенциальная энергия электротехнической системы.

Интеграл $A_{\rm ab}(k)$ определяется по пути k за время $t_{ab}(k)$, $t_{ab}(k)$ – время в пути системы L_k по пути k. Если пути k могут быть идентифицированы только по величине их действий, тогда можно будет изучить их распределения вероятностей с помощью энтропийной концепции и метода максимальной энтропии В. К. Федорова [8] с учетом величины действия $A_{ab}(k)$. Этот подход приведет нас к вероятностной интерпретации механического принципа Мопертюи и распределения вероятностей в зависимости от действия. В качестве приложения полученное распределение вероятностей траектории будет использовано для получения вероятности перехода $P_{ab}(k)$.

Энтропия траектории

Энтропия является нашим незнанием рассматриваемой системы. Чем больше мы знаем о системе, тем меньше энтропия. Согласно Шеннону [9], эту энтропию можно измерить по формуле $S = -\sum_i p_i \ln p_i$, где p_i – определенная вероятность, приписанная ситуации i. Обычно нормируется $\sum_i p_i = 1$ с суммированием по всем возможным ситуациям.

Теперь для ансамбля из w возможных путей на рис. 1 энтропия Шеннона может быть определена следующим образом:

$$H(a,b) = -\sum_{k=1}^{w} p_{ab}(k) \ln p_{ab}(k). \quad (2)$$

Функция $H(a,b)$ является *энтропией о пути* и должна интерпретироваться как недостающая информация, необходимая для предсказания того, какой путь из ансамбля система выберет из a в b. Согласно нашему исходному предположению, величина, которая дифференцирует пути и вероятность их появления, является лагранжевым действием.

Распределение вероятности максимальной энтропии

Рассматривается ансамбль, содержащий большой комплекс систем, перемещающихся из a в b. Эти системы распределены по w путям согласно $p_{ab}(k)$ в связи с действием $A_{ab}(k)$. Математическое ожидание действия по всем возможным путям может быть рассчитано с помощью

$$M(A_{ab}) = \sum_{k=1}^{w} p_{ab}(k) A_{ab}(k). \quad (3)$$

С другой стороны, энтропия $H(a,b)$ о пути в формуле (2) является выпуклой функцией в зависимости от нормированной вероятности $p_{ab}(k)$. Согласно принципу В. К. Федорова [8], чтобы получить оптимальное распределение, необходимо максимизировать $H(a,b)$ при ограничениях, связанных с нашими знаниями о системе и соответствующих случайных величинах, т.е. с нормировкой $p_{ab}(k)$ и математическим ожиданием A_{ab}

$$\delta\left[-H(a,b) + \alpha \sum_{k=1}^{w} p_{ab}(k) + \eta \sum_{k=1}^{w} p_{ab}(k) A_{ab}(k) \right] = 0. \quad (4)$$

Это приводит к следующему распределению вероятностей:

$$p_{ab}(k) = \frac{1}{Q} \exp\left[-\eta A_{ab}(k) \right]. \quad (5)$$

Поместив это распределение вероятностей (5) в $H(a,b)$ соотношения (2), получаем

$$H(a,b) = \ln Q + \eta A_{ab} = \ln Q - \eta \frac{\partial}{\partial \eta} \ln Q, \quad (6)$$

где Q определяется, как $Q = \sum_{k=1}^{w} \exp\left[-\eta A_{ab}(k) \right],$ и A_{ab} определяется выражением

$$A_{ab} = -\frac{\partial}{\partial \eta} \ln Q, \tag{7}$$

где α, η – множители Лагранжа.

Устойчивость распределения вероятностей траекторий

Теперь покажем, что указанное распределение вероятностей устойчиво по отношению к флуктуации действия. Предположим, что каждый путь разрезан на две части: 1-я часть (сегменты на стороне ячейки a) и 2-я часть (сегменты на стороне b). Все сегменты 1-й части содержатся в группе 1, а все сегменты 2-й части в группе 2. Каждая группа имеет энтропию траектории $H_1 = H_2 = H$ и среднее действие $A_1 = A_2 = A$. Тогда общая энтропия $H(a,b) = H_1 + H_2 = 2H$ и общее среднее действие $A(a,b) = A_1 + A_2 = 2A$. Если рассмотреть небольшую вариацию разделения траекторий с виртуальными изменениями в двух группах, такие, что $\delta A_1 = \delta A = -\delta A_2$, то общая энтропия будет изменена и может быть записана как

$$H'(a,b) = H(A + \delta A) + H(A - \delta A). \tag{8}$$

В связи с тем, что распределение (5) и соотношение (6) являются следствием процедуры максимизации энтропии, условие стабильности требует, чтобы энтропия не увеличивалась с виртуальными изменениями указанных двух групп. При этом необходимо иметь

$$\delta H = H'(a,b) - H(a,b) \le 0, \tag{9}$$

т.е.

$$H(A + \delta A) + H(A - \delta A) - 2H(A) \le 0, \tag{10}$$

что означает

$$\frac{\partial^2 H}{\partial A^2} \le 0. \tag{11}$$

Рассмотрим, всегда ли выполняется это условие энтропийной устойчивости. Из уравнения (6) следует, что $\frac{\partial^2 H}{\partial A^2} = \frac{\partial \eta}{\partial A}$. Затем, учитывая определение среднего действия (выражение (3)), рассчитаем

$$\frac{\partial A}{\partial \eta} = -\partial^2, \tag{12}$$

что подразумевает

$$\frac{\partial^2 H}{\partial A^2} = -\frac{1}{\delta^2} \le 0, \tag{13}$$

где дисперсия $\delta^2 = \overset{-2}{A_1} + \overset{-2}{A_2} \ge 0$ характеризует флуктации действия A.

Это доказывает стабильность максимального распределения энтропии и соотношения (5) относительно флуктуации действия по различным траекториям.

Приложение к режимам детерминированного хаоса ЭТС

Возможный физический смысл η можно понять на специальном примере ЭТС. Предположим, что на рис. 1 определен путь, по которому элементы ЭТС движутся от a к b через промежуточную точку или ячейку k. Действие $A_{ab}(k)$ элементов ЭТС от a до b можно рассчитать как [10]

$$A_{ab}(k) = \frac{(x_k - x_a)^2}{2(t_k - t_a)} + \frac{(x_b - x_k)^2}{2(t_b - t_k)}. \tag{14}$$

Тогда из соотношения (5) имеем

$$p_{ab}(k)=\frac{1}{Q}\exp\left[-\eta\frac{(x_k-x_a)^2}{2(t_k-t_a)}\right]\exp\left[-\eta\frac{(x_b-x_k)^2}{2(t_b-t_k)}\right]. \quad (15)$$

С другой стороны, известно [8], что в качестве решения уравнения диффузии вероятность перехода элементов из a в b через путь k равна

$$p_{ab}(k)=p_{ak}p_{kb}=\frac{1}{\left[4\pi D(t_k-t_a)\right]^{d/2}}\exp\left[-\frac{(x_k-x_a)^2}{4D(t_k-t_a)}\right]\times\frac{1}{\left[4\pi D(t_b-t_k)\right]^{d/2}}\exp\left[-\frac{(x_b-x_k)^2}{4D(t_b-t_k)}\right], \quad (16)$$

где D – коэффициент диффузии, предполагаемый постоянным всюду в фазовом пространстве, t_a, t_k и t_b – время, а x_a, x_k и x_b – координаты положения элемента в точках a, k и b соответственно, d – это размерности обычного конфигурационного пространства, p_{ak} и p_{kb} – вероятности перехода элемента из a в k и из k в $б$ соответственно [11].

Сравнение соотношений (15) и (16) приводит к важному результату

$$\eta=\frac{1}{2D}. \quad (17)$$

Для системы, содержащей большое количество элементов, приведенный выше результат остается в силе. Единственное отличие состоит в том, что в этом случае промежуточных точек будет просто больше, и общее действие будет рассчитываться для всех элементов и их траекторий, каждая из которых имеет большое количество промежуточных точек. Вышеуказанный результат может быть использован для многих хаотических систем.

Принцип максимальной энтропии и принцип наименьшего действия

Обратим внимание на связь между максимальной энтропией траектории и наименьшим действием. Почти все варианты принципа наименьшего действия можно свести к следующей общей форме: действительное состояние или траектория движения физической системы отличаются от всех состояний или траекторий, возможных при данных условиях, тем, что величина действия является стационарной (не меняется во времени) и принимает экстремальное значение. Иначе говоря, система ведет себя таким образом, чтобы ее действие было минимальным из всех возможных при данных условиях [12]. Можно показать, что пути наименьшего действия являются наиболее вероятными при $\eta=\frac{\partial H(a,b)}{\partial A_{ab}}>0.$ В самом деле, из выражения (5) положительное η означает, что траектории наименьшего действия статистически более вероятны, чем траектории большего действия [13]. Таким образом, наиболее вероятные траектории должны минимизировать действие.

Это свойство распределения вероятностей выражения (5) можно математически обсудить так же, как и стабильность распределения вероятностей. Ранее рассматривались две группы 1 и 2 сегментов пути с $H_1 = H_2 = H$ и $A_1 = A_2 = A$. Общая энтропия тогда $H(a,b) = 2H$, а общее среднее действие $A(a,b) = 2A$. Теперь предположим, что две группы деформированы так, что $\delta H_1 = \delta H = -\delta H_2$. Общее среднее действие после групповой деформации можно записать в виде [14]

$$A'(a,b)=A_1(H_1+\delta H_1)+A_2(H_2+\delta H_2)=A(H+\delta H)+A(H-\delta H). \quad (18)$$

Если распределение вероятностей выражения (5) и соотношение (6) соответствуют наименьшему действию, общее среднее действие после групповой деформации не может уменьшаться: $\delta A=A'(a,b)-A(a,b)\geq 0,$ т.е.

$$A(H+\delta H)+A(H-\delta H)-2A(H)\geq 0, \quad (19)$$

что означает

$$\frac{\partial^2 A}{\partial H^2}\geq 0. \quad (20)$$

С другой стороны, с помощью соотношения (6) мы можем доказать, что

$$\frac{\partial^2 A}{\partial H^2} = -\frac{1}{\eta^2}\frac{\partial \eta}{\partial H} = -\frac{1}{\eta^3}\frac{\partial \eta}{\partial A}. \tag{21}$$

Сейчас с учетом $\frac{\partial \eta}{\partial A} = -\frac{1}{\delta^2}$ мы получаем

$$\frac{\partial^2 A}{\partial H^2} = \frac{1}{\delta^2 \eta^3}. \tag{22}$$

Мы видим, что если уравнение (22) верно, мы имеем

$$\eta \geq 0. \tag{23}$$

Другими словами, положительность η подразумевает, что принцип максимизации энтропии неразрывно связан с принципом наименьшего действия: *наиболее вероятные траектории, определяемые распределением вероятностей максимальной энтропии, – это просто пути наименьшего действия*.

Принимая во внимание соотношение (17), положительность η обеспечивается за счет положительности коэффициента диффузии D. Мы также можем инвертировать это утверждение: если наиболее вероятные траектории получены из распределения вероятностей (5), которые минимизируют действие, тогда коэффициент диффузии должен быть положительным.

Заключение

Есть надежда, что эта работа может способствовать изучению поведения хаотических систем. Если нет хаоса, то энтропия о пути исчезнет, и между двумя фазовыми ячейками будет только точный набор параллельных траекторий, которые являются путями наименьшего действия с определенной вероятностью возникновения. Чем более рассматриваемая система хаотична, тем больше возможных путей с различными действиями и тем больше энтропия. Таким образом, предполагается, что энтропия о пути $H(a,b)$ может использоваться как мера хаоса, как энтропия Колмогорова – Синая (ЭКС) [15]. Следует отметить, что существует важное различие между $H(a,b)$ и ЭКС. $H(a,b)$ – это энтропия, связанная с различными траекториями движения, относящимися к двум ячейкам в фазовом пространстве, но имеющая произвольно различное время прохождения от ячейки к ячейке. На языке итерации с дискретным временем разные траектории имеют произвольно различное количество шагов итерации. С другой стороны, ЭКС можно определить как энтропию, связанную с различными путями, которые покидают исходную ячейку для произвольного пункта назначения, но с одинаковым временем прохождения, т.е. с тем же числом шагов итерации [7]. Дальнейшие исследования необходимы для выяснения взаимосвязи между этими двумя энтропийными мерами для хаотических систем.

Результат этой работы соответствует формулировке статистической физики по интегралу по путям и идее, что динамические системы можно рассматривать как геодезические потоки на многообразиях в фазовом пространстве [2, 8]. Это очень обнадеживающий результат для метода вычисления энтропии и интегралов действия в разрывном и недифференцируемом пространстве (например, странных аттракторах), в которых результат настоящей работы может использоваться для выведения метода максимального изменения энтропии для динамической системы, движущейся в фрактальном фазовом пространстве [14].

Резюмируя, можно утверждать, что энтропия траекторий определяется для множества возможных путей хаотических систем, движущихся между двумя ячейками в фазовом пространстве. Показано, что различные пути физически идентифицируются их действиями, максимизация энтропии о пути приводит к распределению вероятности выбора траекторий как функции от действия. В качестве специального примера определена вероятность перехода из начального в конечное состояние ЭТС. В этом случае мы показываем, что наиболее вероятные пути, полученные из распределения вероятностей максимальной энтропии, минимизируют действие. Это говорит о том, что принцип наименьшего действия в вероятностной ситуации эквивалентен принципу максимизации энтропии или неопределенности, связанной с распределением вероятности. Этот результат может рассматриваться как аргумент в поддержку этого метода анализа для неравновесных систем.

Список литературы

1. Федоров Д. В., Федоров В. К., Рысев П. В. [и др.]. Режимы детерминированного хаоса в электроэнергетических системах // Инновации. Интеллект. Культура : материалы XVIII Всерос. науч.-практ. конф. молодых ученых и студентов. Тюмень : Библиотечно-издательский комплекс ТюмГНГУ, 2010. С.116–118.
2. Федоров Д. В., Федоров В. К., Федянин В. В. [и др.]. Вторая вариация энтропии как аналог функции Ляпунова в статистическом анализе функциональной устойчивости электроэнергетических систем // Динамика систем, механизмов и машин. 2017. Т. 5, № 3. С. 123–128.
3. Беляев Л. С., Крумм Л. Л. Применимость вероятностных методов в энергетических расчетах // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. 1983. № 2. С. 3–11.
4. Белашев Б. З., Сулейманов В. К. Метод максимума энтропии. Статистическое описание систем // Письма в ЭЧАЯ. 2002. № 6. С. 44–50.
5. Федоров В. К., Рысев Д. В., Федянин В. В. [и др.]. Синхронизация хаотических автоколебаний в пространстве состояний электроэнергетических, электрических и электронных систем как фактор самоорганизации // Омский научный вестник. 2012. № 3. С. 196–205.
6. Wang Q. A. Measuring information growth in fractal phase space // Chaos, Solitons & Fractals. 2004. Vol. 21, iss. 4. P. 893–897.
7. Романовский Ю. М., Степанова Н. В., Чернавский Д. С. Математическое моделирование в биофизике. М. : Наука, 1975. С. 177–193.
8. Федоров В. К. Концепция энтропии в теоретическом анализе пространственно-временной самоорганизации распределенных активных сред и устойчивых диссипативных структур-систем // Омский научный вестник. 2014. № 1. С. 161–166.
9. Shannon C. E. A Mathematical Theory of Communication // The Bell System Technical Journal. 1948. Vol. 27. P. 379–423.
10. Блехман И. И. Синхронизация в природе и технике. М. : Наука, 1981. С. 187.
11. Wang Q. A., Wang R. A true least action principle for damped motion // Journal of Physics: Conf. Series. 2018. Vol. 1113 (1): SPMCS2017. P. 012003-1–012003-5.
12. Хомяков В. Н. Принцип наименьшего действия в аналитической механике и экономике. Часть 1 // Вестник Тульского филиала Финуниверситета. 2018. № 1. С. 289–295.
13. Мун Ф. Введение в хаотическую динамику. М. : Наука, 1990. 140 с.
14. Хайтун С. Д. Трактовка энтропии как меры беспорядка и ее негативное воздействие на современную научную картину мира // Вопросы философии. 2017. № 2. С. 62–74.
15. Ott E., Grebogi C., Yorke J. Controlling Chaos // Physical review letters. 2015. Vol. 64, iss. 11. P. 1196–1199.

References

1. Fedorov D.V., Fedorov V.K., Rysev P.V. [et al.]. Modes of deterministic chaos in electric power systems. *Innovatsii. Intellekt. Kul'tura: materialy XVIII Vseros. nauch.-prakt. konf. molodykh uchenykh i studentov* = Innovations. Intelligence. Culture: materials of the XVIII All-Russian Scientific and Practical Conference of Young Scientists and Students. Tyumen': Bibliotechno-izdatel'skiy kompleks TyumGNGU, 2010: 116–118. (In Russ.)
2. Fedorov D.V., Fedorov V.K., Fedyanin V.V. [et al.]. The second entropy variation as an analogue of the Lyapunov function in the statistical analysis of the functional stability of electric power systems. *Dinamika sistem, mekhanizmov i mashin* = Dynamics of systems, mechanisms and machines. 2017;5(3): 123–128. (In Russ.)
3. Belyaev L.S., Krumm L.L. Applicability of probabilistic methods in energy calculations. *Izvestiya AN SSSR. Energetika i transport* = Izvestia of the USSR Academy of Sciences. Energy and transport. 1983;2:3–11. (In Russ.)
4. Belashev B.Z., Suleymanov V.K. The method of maximum entropy. Statistical description of systems. *Pis'ma v EChAYa* = Letters to ECHAYA. 2002;6:44–50. (In Russ.)
5. Fedorov V.K., Rysev D.V., Fedyanin V.V. [et al.]. Synchronization of chaotic self-oscillations in the state space of electric power, electrical and electronic systems as a factor of self-organization. *Omskiy nauchnyy vestnik* = Omsk Scientific Bulletin. 2012;3:196–205. (In Russ.)
6. Wang Q.A. Measuring information growth in fractal phase space. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2004;21(4):893–897.

7. Romanovskiy Yu.M., Stepanova N.V., Chernavskiy D.S. *Matematicheskoe modelirovanie v biofizike* = . Moscow: Nauka, 1975:177–193. (In Russ.)
8. Fedorov V.K. The concept of entropy in the theoretical analysis of the space-time self-organization of distributed active media and stable dissipative structures-systems. *Omskiy nauchnyy vestnik* = Omsk Scientific Bulletin. 2014;1:161–166. (In Russ.)
9. Shannon C.E. A Mathematical Theory of Communication. *The Bell System Technical Journal*. 1948;27:379–423.
10. Blekhman I.I. *Sinkhronizatsiya v prirode i tekhnike* = Synchronization in nature and technology. Moscow: Nauka, 1981:187. (In Russ.)
11. Wang Q.A., Wang R. A true least action principle for damped motion. *Journal of Physics: Conf. Series*. 2018;1113(1):012003-1–012003-5.
12. Khomyakov V.N. The principle of least action in analytical mechanics and economics. Part 1. *Vestnik Tul'skogo filiala Finuniversiteta* = Bulletin of the Tula branch of the Financial University. 2018;1: 289–295. (In Russ.)
13. Mun F. *Vvedenie v khaoticheskuyu dinamiku* = Introduction to chaotic dynamics. Moscow: Nauka, 1990:140. (In Russ.)
14. Khaytun S.D. The interpretation of entropy as a measure of disorder and its negative impact on the modern scientific picture of the world. *Voprosy filosofii* = Questions of philosophy. 2017;2:62–74. (In Russ.)
15. Ott E., Grebogi C., Yorke J. Controlling Chaos. *Physical review letters*. 2015;64(11):1196–1199.

Информация об авторах / Information about the authors

Владимир Кузьмич Федоров
доктор технических наук, профессор,
профессор кафедры электроснабжения
промышленных предприятий,
Омский государственный технический
университет
(Россия, г. Омск, просп. Мира, 11)
E-mail: pestrikova_omgt@inbox.ru

Vladimir K. Fedorov
Doctor of technical sciences, professor,
professor of sub-department of power supply,
of industrial enterprises,
Omsk State Technical University
(11 Mira avenue, Omsk, Russia)

Ирина Евгеньевна Пестрикова
аспирант,
Омский государственный
технический университет
(Россия, г. Омск, просп. Мира, 11)
E-mail: pestrikova_omgt@inbox.ru

Irina E. Pestrikova
Postgraduate student,
Omsk State Technical University
(11 Mira avenue, Omsk, Russia)

Игорь Владимирович Федоров
кандидат технических наук,
доцент кафедры прикладной математики
и фундаментальной информатики,
Омский государственный технический
университет
(Россия, г. Омск, просп. Мира, 11)
E-mail: pestrikova_omgt@inbox.ru

Igor V. Fedorov
Candidate of technical sciences,
associate professor of sub-department
of applied mathematics and fundamental
computer science,
Omsk State Technical University
(11 Mira avenue, Omsk, Russia)

Екатерина Викторовна Аношенкова
старший преподаватель
кафедры теоретической
и общей электротехники,
Омский государственный технический
университет
(Россия, г. Омск, просп. Мира, 11)
E-mail: pestrikova_omgt@inbox.ru

Ekaterina V. Anoshenkova
Senior lecturer,
sub-department of theoretical
and general electrical engineering,
Omsk State Technical University
(11 Mira avenue, Omsk, Russia)

Дмитрий Владимирович Федоров
кандидат технических наук,
главный специалист (энергетик),
АО «Газпромнефть-ОНПЗ»
(Россия, г. Омск, просп. Губкина, 1)
E-mail: pestrikova_omgt@inbox.ru

Dmitry V. Fedorov
Candidate of technical sciences,
chief specialist (power engineer),
Gazpromneft-ONPZ JSC
(1 Gubkin avenue, Omsk, Russia)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию/Received 29.03.2021
Поступила после рецензирования/Revised 05.04.2021
Принята к публикации/Accepted 15.04.2021