

В. А. Васильев, А. В. Самошин

**ОБЗОР ВОЗМОЖНОСТЕЙ СОВРЕМЕННЫХ CAE-ПРОГРАММ
И ПРИБЛИЖЕННЫХ МЕТОДИК АППРОКСИМАЦИИ
ДИАГРАММ « σ - ϵ » ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ**

V. A. Vasiliev, A. V. Samoshin

**THE REVIEW OF MODERN CAE-PROGRAMS
AND THE APPROACHED APPROXIMATION TECHNIQUES
OF DIAGRAMS « σ - ϵ » FOR THE DECISION PROBLEMS
OF ELASTIC-PLASTIC DEFORMATION**

А н н о т а ц и я. *Актуальность и цели.* Для решения задач пластического деформирования проведен анализ приближенных методик аппроксимации и построения диаграмм « σ - ϵ », использующих в качестве исходных данные ГОСТ и ТУ на материалы. Рассмотрены возможности современных CAE-программ для решения данного типа задач. Целью работы является выбор оптимальных методик аппроксимации и построения диаграмм « σ - ϵ », позволяющих с высокой точностью определить напряженно-деформированное состояние упругих элементов и ответственных деталей датчиков с учетом пластических деформаций. *Материалы и методы.* Использовался метод конечных элементов, реализованный в программах Ansys и SolidWorks. *Результаты.* Примененные методики наглядно доказывают, что в случаях отсутствия экспериментальных данных испытаний образцов результаты расчетов являются весьма приближенными, но требуют минимума исходных данных. Наличие экспериментальных данных о механических характеристиках значительно увеличивает точность расчета, что позволяет с максимальной эффективностью использовать потенциал датчика. *Выводы.* Решение задач пластического деформирования актуально при проектировании изделий и, в частности, чувствительных элементов датчиков, изготавливаемых из металлов и сплавов. В этом случае даже приближенная оценка пластических деформаций обеспечивает возможность значительного улучшения массогабаритных показателей конструкции.

A b s t r a c t. *Background.* For the decision of problems of plastic deformation the analysis of the approached techniques of approximation and construction of diagrammes « $\sigma - \epsilon$ », using as initial given GOST and TU on materials is carried out Possibilities of modern CAE-programs to solve the given type of problems are considered. The purpose of work is the choice of optimum techniques of approximation and construction of diagrammes « $\sigma - \epsilon$ », allowing to define the intense-deformed condition of elastic elements and responsible details of sensors with high accuracy and taking into account plastic deformations. *Materials and methods.* As methods the method of final elements realised in programs Ansys and SolidWorks was used. *Results.* The applied techniques visually prove that in cases of absence of experimental data of tests of samples results of calculations are rather approached, but demand a minimum of the in-

initial data. Presence of experimental data about mechanical characteristics considerably increases accuracy of calculation that allows to use a sensor potential with maximum efficiency. **Conclusions.** The decision of problems of plasticity is actual in designing of products, and, in particular, sensitive elements of sensors made of metals and alloys. In this case even the approached estimation of plastic deformations provides possibility of considerable improvement mass and dimensional design indicators.

К л ю ч е в ы е с л о в а: САЕ-метод, метод конечных элементов, критерий фон Мизеса, упругость, пластичность, диаграммы « σ - ϵ ».

К e y w o r d s: CAE-programs, finite elements method, criterion fon Mises, elasticity, plasticity, diagrammes « σ - ϵ ».

Как известно, для металлов до определенного момента соблюдается линейная связь между деформацией и напряжением [1]:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad (1)$$

где ϵ – деформация; σ – напряжение; E – модуль упругости (константа материала).

Если напряжения, возникающие в конструкции под действием сил, превышают определенный порог, именуемый пределом пропорциональности, то зависимость (1) не соблюдается. При дальнейшем увеличении напряжения наступает область пластичности (при превышении предела текучести) – для пластичных металлов; и разрушение (при достижении предела прочности материала) – для хрупких материалов. В случае пластичного материала, если напряжения в конструкции превышают предел текучести, в конструкции возникают пластические деформации. При последующем уменьшении напряжения до нуля деталь (изделие) не возвращается в свое первоначальное положение.

Стремление к уменьшению веса и габаритов изделия приводит к необходимости увеличения напряжений в конструкции и максимально возможного использования прочностных возможностей материала, что приводит к образованию пластических деформаций. Для определения несущей способности, т.е. определения нагрузок, при которых происходит потеря работоспособности изделия, разработаны модели пластичности.

В настоящее время для решения широкого круга инженерных задач часто прибегают к использованию САЕ-программ, что позволяет упростить и сократить процесс расчета.

В САЕ-программах (на примере Ansys и SolidWorks) зачастую критерий текучести (момент наступления пластических деформаций) определяется критерием фон Мизеса [2, 3]. Данный критерий применяется для изотропных материалов, в частности металлов, у которых наблюдается вязкое разрушение.

Критерий фон Мизеса говорит о том, что текучесть возникает в том случае, когда энергия формоизменения в единице объема равна энергии формоизменения в том же объеме при достижении предела текучести в случае одноосного напряженного состояния. В соответствии с этой теорией скалярный инвариант (эквивалентное напряжение фон Мизеса) определяется выражением

$$\sigma_{\text{эКВ}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]},$$

где $\sigma_{\text{эКВ}}$ – эквивалентные напряжения фон Мизес; σ_1 ; σ_2 ; σ_3 – главные напряжения [1].

С учетом этого критерий текучести можно записать [2, 3]:

$$\sqrt{3}\sigma_{\text{эКВ}} - \sigma_t = 0,$$

где σ_t – предел текучести материала.

В графическом представлении (в пространстве главных напряжений) поверхность текучести фон Мизес является цилиндром с радиусом (R), равным пределу текучести материала

(рис. 1). Если напряженно-деформированное состояние попадает внутрь этого цилиндра, то пластичность не наблюдается. Появление пластичности происходит на границе цилиндра и за его пределами.

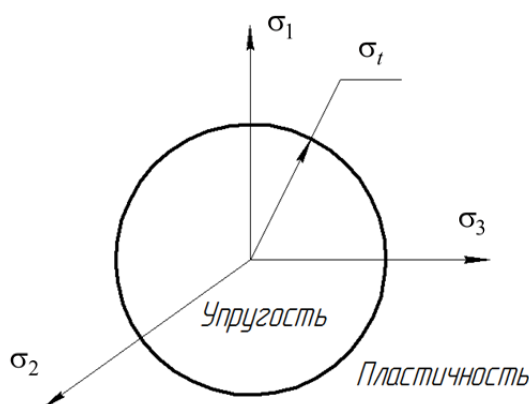


Рис. 1. Критерий фон Мизеса

Как говорилось ранее, при уменьшении напряжений до нуля (предварительная величина которых превышала предел текучести) конструкция или изделие меняет свои первоначальные размеры. При повторном нагружении соблюдается зависимость (1) до величины достигнутых ранее напряжений, т.е. произошло изменение поверхности текучести. Изменение поверхности текучести описывается законами упрочнения:

1) кинематическое упрочнение. Поверхность текучести остается постоянного размера и перемещается в направлении пластической деформации (рис. 2,а);

2) изотропное упрочнение. Поверхность текучести равномерно расширяется в направлениях пластической деформации (рис. 2,б).

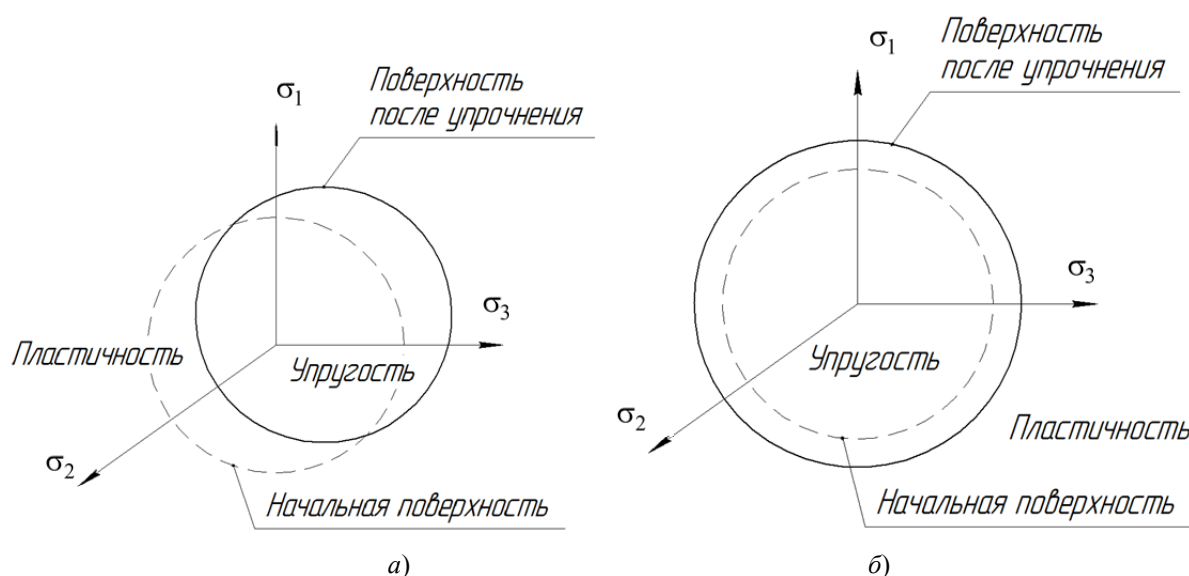


Рис. 2. Изменение поверхности текучести:

а – при кинематическом упрочнении; б – при изотропном упрочнении

В условиях малых пластических деформаций поведению большинства металлов в пластической области соответствует кинематическое упрочнение. В случае расчета больших деформаций из-за постоянства 2σ между пределами текучести при растяжении (σ_{t+}) и сжатии (σ_{t-}) кинематическая модель упрочнения может неадекватно описывать поведение материала, поскольку новое значение 2σ (между σ'_{t+} и σ'_{t-}) может находиться выше оси абсцисс (рис. 3).

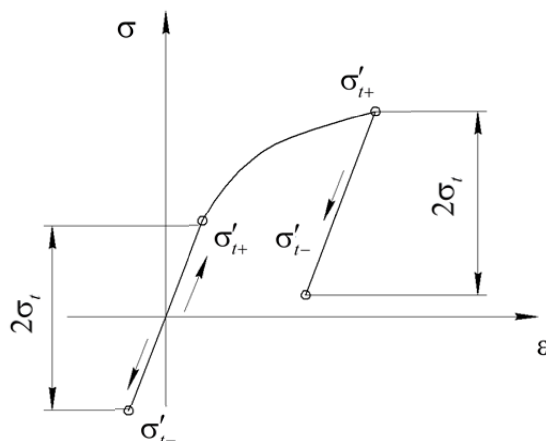


Рис. 3. Неадекватность модели кинематического упрочнения при больших деформациях

Для расчета в области пластических деформаций в качестве исходных данных используются результаты, полученные при испытаниях. Рассмотрим задание пластических свойств на примере данных, полученных после испытания на одноосное растяжение. Результаты испытаний перестраивают в координатах $\sigma(\epsilon)$. Следует отметить, что полученные в результате испытания напряжения и деформации являются условными, поскольку все они отнесены к первоначальным размерам испытуемого образца. Как только напряжения превышают предел текучести материала, происходит появление «шейки» (утонения заготовки в определенной области), в результате чего площадь поперечного сечения уменьшается. Если действующую в момент пластической деформации нагрузку отнести к фактической площади поперечного сечения, то мы получим экспериментальные значения напряжений, которые и используются в расчетах.

По полученным из эксперимента значениям условных напряжений и деформаций можно определить соответствующие им экспериментальные значения [4]:

$$\sigma_{\text{ист}} = \sigma_{\text{усл}} \left(1 + \epsilon_{\text{усл}}\right), \quad \epsilon_{\text{ист}} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right), \quad (2)$$

где $\sigma_{\text{ист}}$ – экспериментальные напряжения; $\sigma_{\text{усл}}$ – условные напряжения; $\epsilon_{\text{ист}}$ – экспериментальные деформации; l_0 – первоначальная длина испытуемого образца; l – длина образца, соответствующая определенному напряжению.

На рис. 4 (линейный участок, на котором поведение материала подчиняется формуле (1), не показан) изображены экспериментальные (значения определены в соответствии с зависимостью 4), а также условные зависимости напряжения и деформации, полученные по результатам испытаний на одноосное растяжение сплава 12Х18Н10Т.

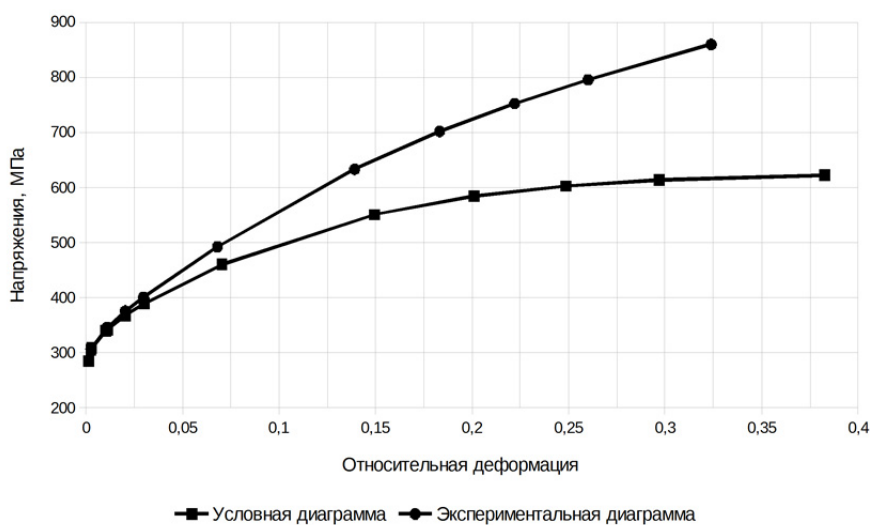


Рис. 4. Кривые напряжения деформации, полученные по результатам испытаний

Существуют два способа задачи пластических свойств в САЕ-программах (справедливо для Ansys, SolidWorks): полилинейной диаграммой и билинейной диаграммой.

В первом случае исходные данные задаются в табличной форме, в которую вводятся экспериментальные деформации и соответствующие им напряжения, определенные по формуле (1). Помимо этого, существуют методики построения диаграмм с использованием данных ГОСТ и ТУ [5, 6], позволяющие определять экспериментальные значения деформаций и соответствующие им значения напряжений.

Во втором случае пластические свойства задаются пределом текучести и касательным модулем упругости. Касательный модуль упругости численно равен тангенсу угла наклона касательной, проведенной из точки текучести в точку разрыва. В результате этого

$$E_k = \frac{\sigma_b \left(1 + \frac{\delta}{100}\right) - \sigma_t}{\ln \left(1 + \frac{\delta}{100}\right) - \varepsilon_t}, \quad (3)$$

где E_k – касательный модуль упругости; σ_b – временное сопротивление разрыву; δ – относительное удлинение; σ_t – предел текучести; ε_t – деформация, соответствующая пределу текучести (чаще всего 0,002). Данный случай является упрощенным, и для его использования достаточно данных, приведенных в ГОСТ и ТУ на материалы.

На рис. 5–7 приведены эпюры относительных и абсолютных деформаций, напряжений, полученных в результате эксперимента и в результате имитационного моделирования (ИМ). Расчетная модель, используемая в ходе ИМ, идентична детали, используемой в натурных испытаниях. В качестве исходных данных для имитационного моделирования использовались данные эксперимента. Свойства пластичности заданы с помощью:

- 1) билинейной диаграммы (касательный модуль упругости определен в соответствии с формулой (2));
- 2) полилинейной диаграммы (экспериментальные напряжения и соответствующие им деформации определены согласно зависимостям (1) по результатам эксперимента);
- 3) полилинейной диаграммы (экспериментальные напряжения и соответствующие им значения деформаций получены путем аппроксимации данных результатов испытаний: предел текучести (σ_t); предел прочности (σ_b); относительное удлинение (δ)) [6].

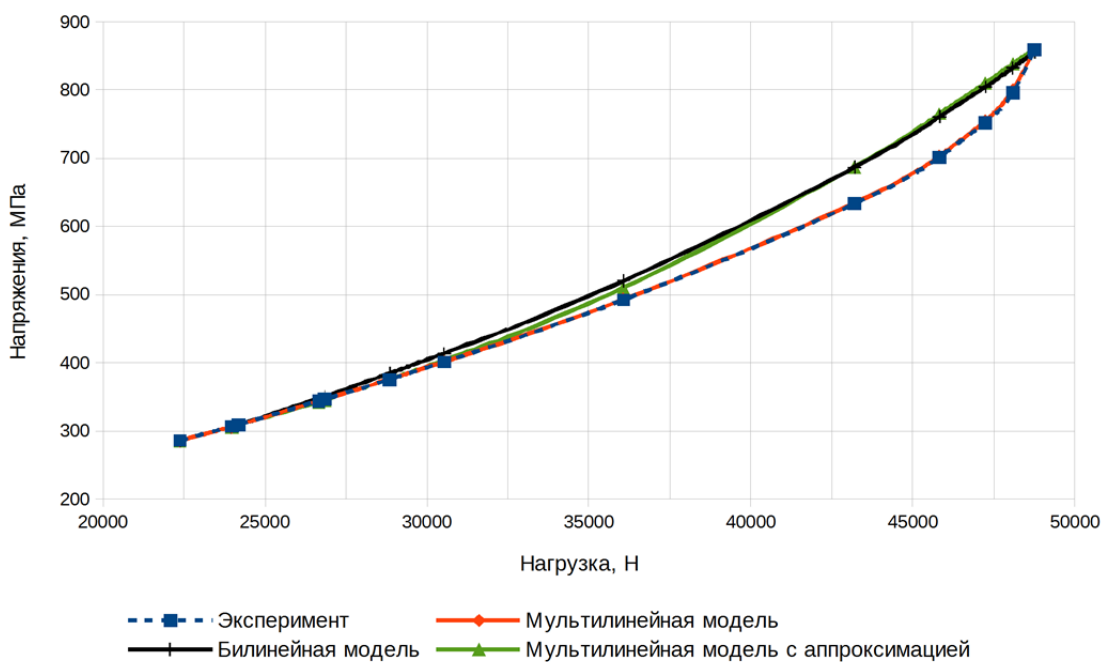


Рис. 5. Максимальные эквивалентные напряжения под действием нагрузки

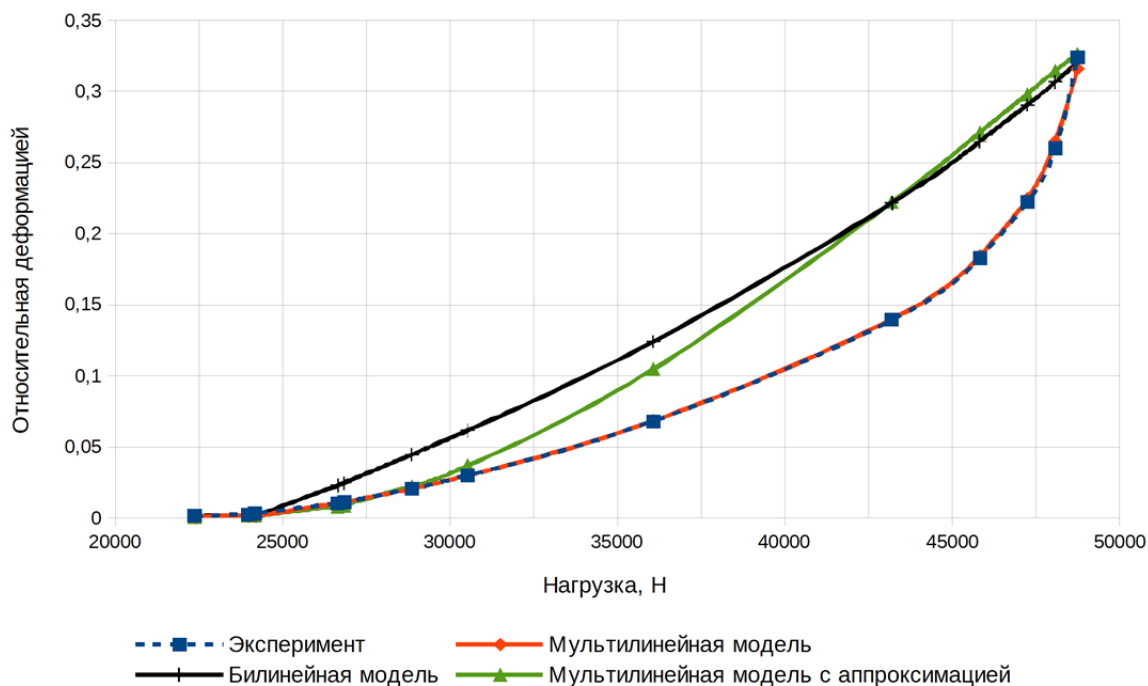


Рис. 6. Относительная деформация под действием нагрузки

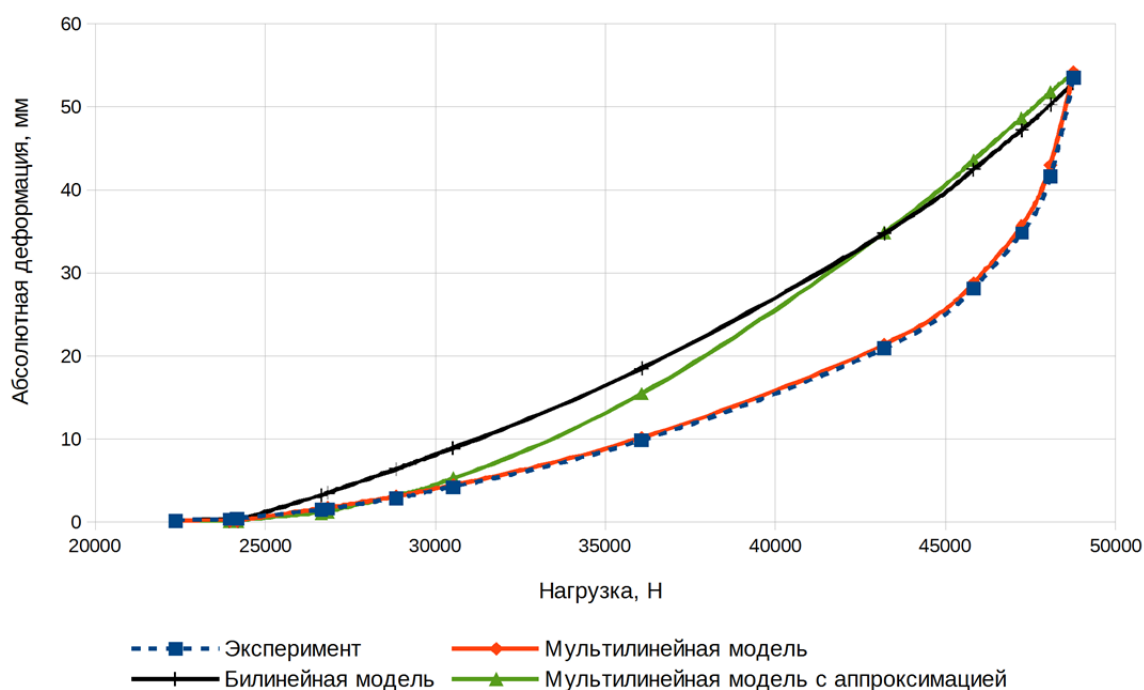


Рис. 7. Абсолютная деформация под действием нагрузки

Анализируя данные рис. 5–7, можно сделать вывод, что в случае, когда свойства пластичности задаются полилинейной диаграммой, исходными данными которой являются предварительные испытания образца на растяжение, погрешность моделирования составляет $\approx 2,4\%$. На стадиях, когда нагрузка мала, погрешность уменьшается и становится менее 1% .

При использовании полилинейной диаграммы, построенной по методике [6], исходными данными для которой являются предел текучести (σ_t), предел пропорциональности ($\sigma_{пл}$), предел прочности (σ_b) и относительное удлинение (δ), погрешность моделирования составила $\approx 60\%$. На начальных стадиях пластичности погрешность ИМ составляет $\approx 10\%$.

В случае, когда свойства пластичности заданы билинейной диаграммой, результаты имитационного моделирования отличаются от экспериментальных данных более чем в 2 раза.

Результаты ИМ свидетельствуют о возможности решения задач пластичности с высокой точностью в современных CAE-пакетах. Минимальная погрешность наблюдается в случае использования данных, непосредственно полученных при испытаниях (например, испытание на одноосное растяжение).

При отсутствии данных натуральных испытаний образцов для приближенных расчетов в области малых пластических деформаций возможно использование известных методик аппроксимирования [5, 6]. Для аппроксимации по данным методикам достаточно данных, содержащихся в ГОСТ и ТУ на материалы. Следует учесть, что точность аппроксимации будет зависеть от величины области пластичности (с ее увеличением точность увеличивается).

Решение задач пластичности актуально при проектировании изделий и, в частности, чувствительных элементов датчиков механических величин, изготавливаемых из металлов и сплавов. В этом случае даже приближенная оценка пластических деформаций обеспечивает возможность значительного улучшения массогабаритных показателей конструкции.

Библиографический список

1. Тимошенко, С. П. Соппротивление материалов / С. П. Тимошенко. – М. : Наука, 1965. – Т. 1. – 363 с.
2. Официальное справочное пособие ANSYS 14.5 Help.
3. Официальное справочное пособие SolidWorks Simulation 2012.
4. Биргер, И.А. Соппротивление материалов / И.А. Биргер, Р.Р. Мавлютов. – М. : Наука, 1986. – 560 с.
5. Мухатов, Н. А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность / Н. А. Махутов. – М. : Машиностроение, 1981. – 266 с.
6. Метод построения диаграмм деформирования « σ - ϵ » по справочным механическим характеристикам материалов [Электронный ресурс] / О. С. Банкин, А. С. Дзюба, А. М. Хватан. – URL: http://cae-club.ru/sites/default/files/users/files/6/dzuba-havatan_0.pdf (дата обращения: 05.11.2014).

Васильев Валерий Анатольевич

доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой приборостроения,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: opto@bk.ru

Vasil'ev Valeriy Anatol'evich

doctor of technical sciences, professor,
head of sub-department of instrument engineering,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Самошин Алексей Владимирович

ведущий инженер-конструктор,
Научно-исследовательский институт
физических измерений
(Россия, г. Пенза, ул. Володарского, 8/10)
E-mail: alexsss13@gmail.com

Samoshin Alexey Vladimirovich

leading engineer designer,
Scientific-research Institute
of physical measurements
(8/10 Volodarskogo street, Penza, Russia)

УДК 539.3

Васильев, В. А.

Обзор возможностей современных CAE-программ и приближенных методик аппроксимации диаграмм « σ - ϵ » для решения задач упруго-пластического деформирования / В. А. Васильев, А. В. Самошин // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2017. – № 3 (21). – С. 108–114. DOI 10.21685/2307-5538-2017-3-15.