

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ СХЕМА И УПРАВЛЕНИЕ КОНФИГУРАЦИЕЙ МАНИПУЛЯТОРА, УСТАНОВЛЕННОГО НА БЕСПИЛОТНОМ ВОЗДУШНОМ СУДНЕ

В. В. Шерстнев

Пензенский государственный университет, Пенза, Россия
iit@pnzgu.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Объектом исследования являются конструкция и управление конфигурацией манипулятора, установленного на беспилотном воздушном судне и предназначенного для проведения отдельных операций спасательных работ. Целью работы является решение задачи управления конфигурацией манипулятора с учетом его конструкции. *Материалы и методы.* Поставленная задача сводится к решению прямой и обратной задач кинематики. Используются аппарат матриц однородного преобразования, описание обобщенных характеристик конфигурации манипулятора, представленных параметрами Денавита – Хартенберга. *Результаты.* Решена прямая задача кинематики для рассматриваемого манипулятора, в том числе методом рекурсивного алгоритма. Предложен алгоритм управления конфигурацией манипулятора посредством решения обратной задачи кинематики. *Выводы.* Методы, применяемые для решения задачи управления конфигурацией манипулятора, позволяют использовать манипулятор предложенной конструкции, установленный на беспилотном воздушном судне, для проведения операций спасательных работ. Предложенный алгоритм управления конфигурацией манипулятора, заключающийся в определении обобщенных характеристик конечного эффектора, последующего определения обобщенных характеристик для его родительских сегментов, задания ориентации и положения в пространстве промежуточному эффектору (в частности, звену поворота предплечья манипулятора) для родительских сегментов с дальнейшим заданием ориентации и положения его дочерним сегментам (включая рабочий конец манипулятора), позволяет выстроить звенья манипулятора в оптимальной конфигурации, учитывая при этом условия проведения той или иной операции спасательных работ (таких как наличие препятствий в рабочей зоне, ориентация и положение объекта, над которым выполняется операция).

Ключевые слова: манипулятор, беспилотное воздушное судно, кинематическая схема, конфигурация манипулятора, прямая задача кинематики, параметры Денавита – Хартенберга, матрицы однородного преобразования, обратная задача кинематики

Для цитирования: Шерстнев В. В. Кинематическая схема и управление конфигурацией манипулятора, установленного на беспилотном воздушном судне // Измерения. Мониторинг. Управление. Контроль. 2022. № 1. С. 100–110. doi:10.21685/2307-5538-2022-1-12

KINEMATIC SCHEME AND MANIPULATOR CONFIGURATION CONTROL, INSTALLED ON AN UNMANNED AIRCRAFT

V.V. Sherstnev

Penza State University, Penza, Russia
iit@pnzgu.ru

Abstract. *Background.* The object of the study is the design and configuration control of a manipulator mounted on an unmanned aircraft and designed to carry out individual rescue operations. The purpose of the work is to solve the problem of manipulator configuration management taking into account its design. *Materials and methods.* The task is reduced to solving direct and inverse kinematics problems. The apparatus of homogeneous transformation matrices and the description of generalized characteristics of the manipulator configuration represented by Denavit-Hartenberg parameters are used. *Results.* The direct kinematics problem for the manipulator under consideration is solved, including by the method of a recursive algorithm. An algorithm for manipulator configuration control by solving the inverse kinematics problem is proposed. *Conclusions.* The methods used to solve the problem of manipulator configuration management allow using a manipulator of the proposed design mounted on an unmanned aircraft to carry out rescue operations. The proposed algorithm for manipulator configuration control, which consists in determining the generalized characteristics of the final effector, then determining the generalized characteristics for its parent segments, setting the

orientation and position in space of the intermediate effector (in particular, the arm rotation segment of the manipulator) and its parent segments with further setting the orientation and position of its child segments (including the working end of the manipulator), allows you to build the manipulator segments in an optimal configuration, taking into account the conditions of a rescue operation (such as the presence of obstacles in the work area, the orientation and position of the object over which the operation is performed).

Keywords: manipulator, unmanned aircraft, kinematic scheme, manipulator configuration, direct kinematics problem, Denavit – Hartenberg parameters, homogeneous transformation matrices, inverse kinematics problem

For citation: Sherstnev V.V. Kinematic scheme and manipulator configuration control, installed on an unmanned aircraft. *Izmereniya. Monitoring. Upravlenie. Kontrol' = Measurements. Monitoring. Management. Control.* 2022;(1):100–110. (In Russ.). doi:10.21685/2307-5538-2022-1-12

Постановка проблемы

Проведение поисково-спасательных работ (ПСР) в условиях чрезвычайных ситуаций (ЧС) связано с риском для личного состава поисково-спасательной команды. Применение роботов при локализации и ликвидации последствий ЧС позволяет значительно снизить опасность для спасателей. Данные задачи выполняются благодаря наличию в составе команды спасателей гетерогенной группы (ГГ) беспилотных воздушных судов (БВС) [1, 2], в состав которой входят БВС экологического назначения (выполняет задачи по минимизации воздействия поражающих факторов (ПФ) ЧС, проводит анализ окружающей среды на предмет наличия опасных веществ) и БВС медицинского назначения (оказывает пострадавшим медицинскую помощь, осуществляет маркировку пострадавших по результатам проведенной медицинской сортировки, при необходимости оснащает пострадавших аптечкой).

Данные БВС для выполнения возложенных на них задач оснащены механическим манипулятором (ММ). В работе [3] предложен способ проведения спасательных работ, а именно, выполнение ряда операций по минимизации последствий ЧС и оказанию медицинской помощи пострадавшим с использованием таких БВС.

Материалы и методы

В рамках проведения ПСР БВС оснащается манипулятором (см. рис. 1,а), а также съемной кассетой, ячейки которой укомплектованы (в соответствии с возлагаемыми на БВС задачами) оборудованием. Рабочий конец манипулятора устроен таким образом, что предусматривается возможность смены подсоединяемого к нему инструмента.

Грузовой отсек находится под днищем БВС (см. рис. 1,б).

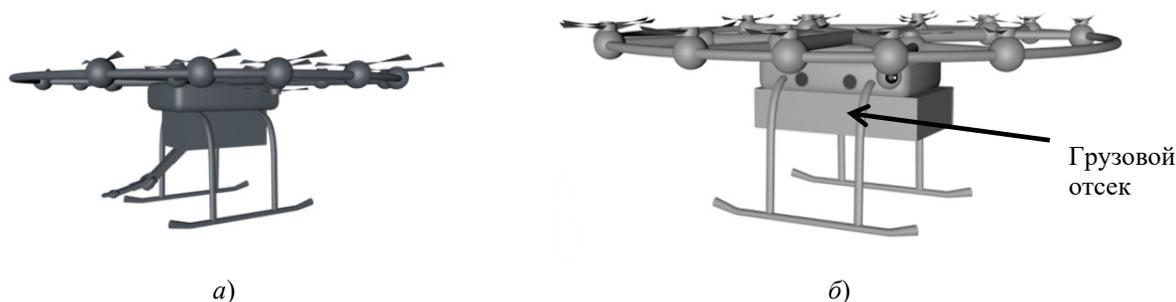
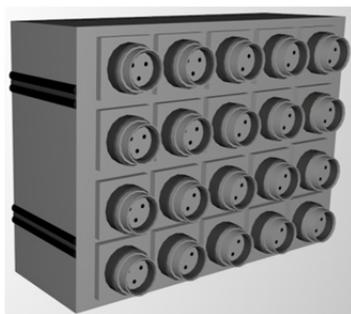


Рис. 1. Беспилотное воздушное судно с манипулятором:
 а – общий вид беспилотного воздушного судна с манипулятором в рабочем положении;
 б – расположение грузового отсека беспилотного воздушного судна

Такое расположение грузового отсека обусловлено возможностью расположения манипулятора непосредственно над точкой проведения той или иной операции.

Кассета и манипулятор (в походном положении) размещаются внутри грузового отсека (рис. 2).



а)



б)

Рис. 2. Грузовой отсек беспилотного воздушного судна:
а – кассета с ячейками для специального оборудования;
б – манипулятор в походном положении

Операции, проводимые в рамках ПСР с помощью ММ, приведены на рис. 3.



Рис. 3. Операции, выполняемые с помощью механического манипулятора

Таким образом, посредством установленного оборудования представляется возможным выполнение всех возлагаемых на данные суда задач (рис. 3). Кроме того, предусматривается возможность (в случае необходимости) съема подсоединяемого к рабочему концу манипулятора оборудования (после снятия оператором БВС соответствующей блокировки) и применения данного оборудования вручную личным составом поисково-спасательной команды или лицами, оказывающими помощь пострадавшему.

Результаты и обсуждение

Конструкция предлагаемого манипулятора обладает рядом особенностей, обуславливающих его применение на БВС. Манипулятор включает следующие звенья (рис. 4): звено поворота плеча (1), внешний (2) и внутренний выдвигной (3) сегменты плеча, звено поворота предплечья (4), внешний (5) и внутренний выдвигной (6) сегменты предплечья, звено поворота кисти (7), кисть (8) и звено поворота инструмента (9).

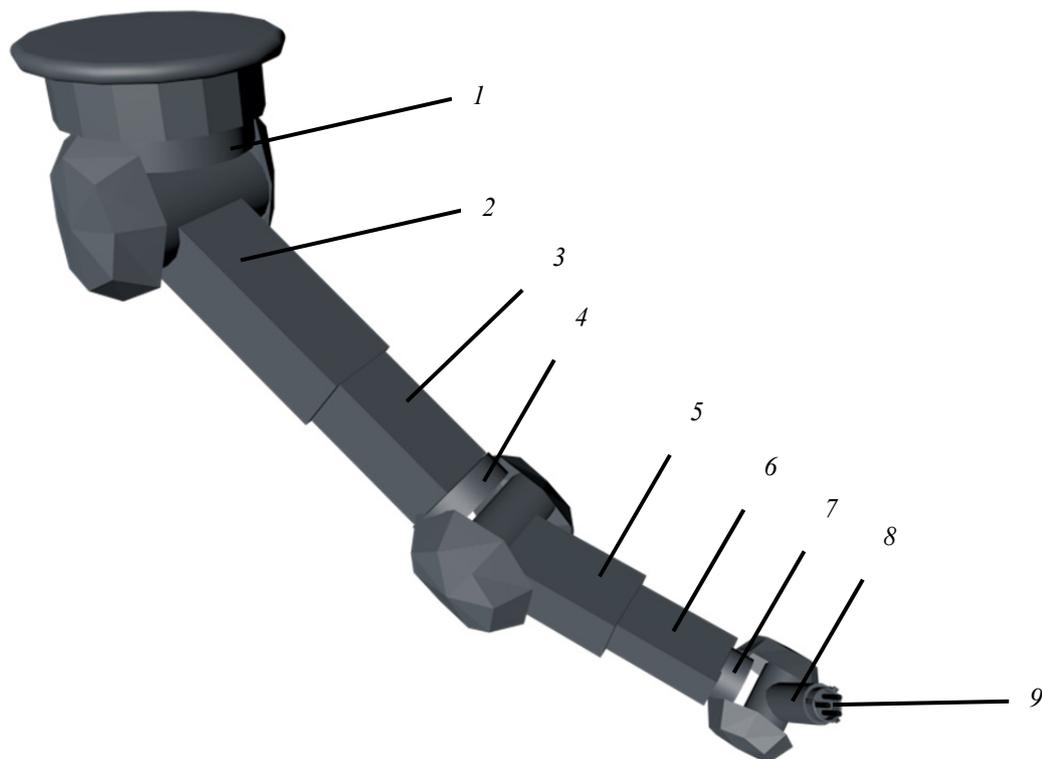


Рис. 4. Конструкция механического манипулятора

Семь кинематических пар манипулятора являются вращательными, а две (пары «внешний и внутренний выдвижной сегменты» плеча и предплечья) – поступательными. Такой выбор кинематической схемы обусловлен необходимостью прироста рабочей зоны манипулятора.

Манипулятор может находиться в одном из двух положений – походном и рабочем. В походное положение манипулятор переводится перед полетом БВС; данному положению соответствует начальная, или нулевая, конфигурация манипулятора (рис. 5). При этом внутренние выдвижные сегменты плеча и предплечья находятся внутри соответствующих внешних сегментов; звенья манипулятора, начиная с плеча и заканчивая звеном поворота кисти, выстроены в прямую линию относительно друг друга.

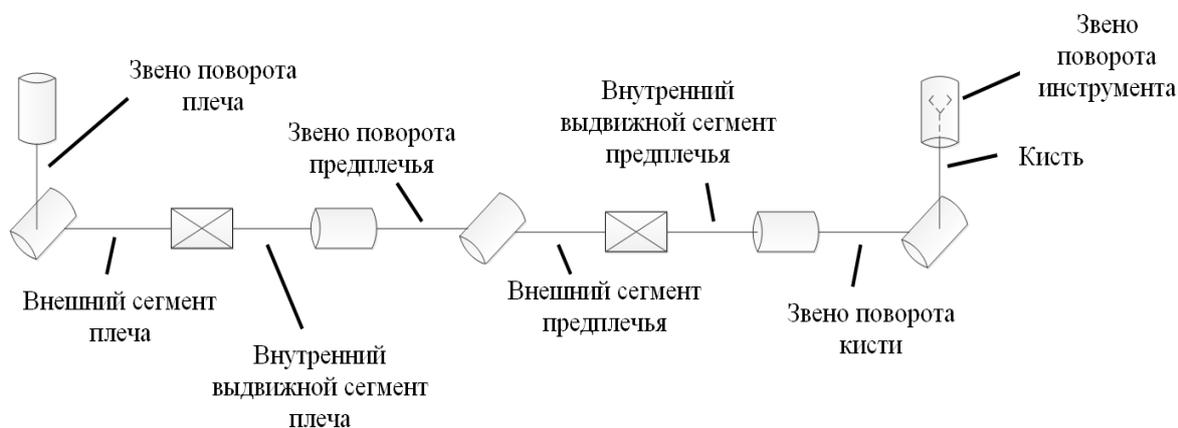


Рис. 5. Схема расположения звеньев манипулятора

В общем, решение задач управления манипуляторами сводится к решению прямой и обратной, или инверсной, задач кинематики. Звенья манипулятора верхнего уровня являются родительскими звеньями, или сегментами, нижнего – дочерними; так, схват манипулятора является дочерним сегментом по отношению ко всем звеньям манипулятора.

Прямая кинематика заключается в передаче воздействия по иерархической цепочке, от родительских сегментов к дочерним. Так, применительно к манипулятору, рассматриваемому в данной работе, звено поворота плеча, подсоединенное через неподвижное звено к платформе, находящейся внутри грузового отсека БВС, задает ориентацию звену плеча, которое впоследствии за счет электропривода поступательного движения задает смещение своему выдвигному сегменту и т.д. Таким образом, суть прямой задачи кинематики сводится к определению пространственного положения схвата манипулятора на основании обобщенных координат звеньев механического манипулятора.

Решение прямой задачи кинематики сводится к выполнению следующих этапов [4]:

- 1) привязка систем координат к сегментам манипулятора;
- 2) определение параметров Денавита – Хартенберга каждого сегмента;
- 3) формирование матриц преобразования;
- 4) вычисление ориентации рабочего конца манипулятора по итоговой матрице вращения;
- 5) вычисление положения рабочего конца манипулятора по итоговой матрице линейного смещения.

Далее шаги 1–3 выполнены для нулевой конфигурации манипулятора (рис. 3).

Девять звеньев манипулятора нумеруются от нуля до восьми (нулевое, т.е. поворотное звено соответствует «земле»: такой принцип нумерации наиболее часто встречается в русскоязычной литературе). Привязка систем координат к звеньям основывается на том принципе, что ось z_i совпадает с осью вращения (в случае с вращательной кинематической парой) i -го звена или с направлением движения выдвигного сегмента (что касается поступательных кинематических пар). Направление оси x_i задается таким образом, чтобы она была перпендикулярной к оси z_{i-1} и пересекала ее. Ось y_i выбирается так, чтобы система координат $ox_iy_iz_i$ была правой, т.е., чтобы из конца третьего орта z_i поворот первого орта x_i ко второму орту y_i был виден происходящим против хода часовой стрелки. Схема привязки систем координат к сегментам манипулятора (к слову, находящегося в нулевой конфигурации) приведена на рис. 6.

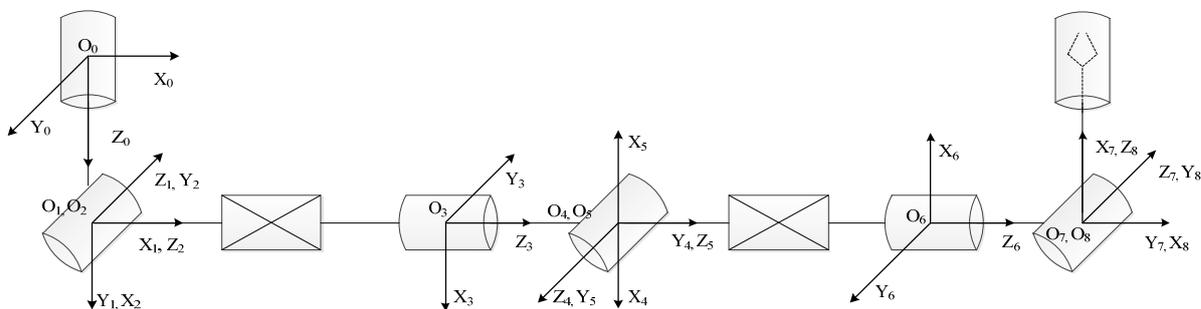


Рис. 6. Схема привязки систем координат к сегментам манипулятора

Параметры Денавита – Хартенберга включают [5, 6]:

- 1) a_i – линейное смещение, представляющее собой кратчайшее расстояние по оси x_i между осями z_{i-1} и z_i ;
- 2) α_i – угловое смещение, представляющее собой угол вокруг оси x_i между осями z_{i-1} и z_i ;
- 3) d_i – расстояние по оси z_{i-1} от оси x_{i-1} до оси x_i ;
- 4) θ_i – угол вокруг оси z_{i-1} между осями x_{i-1} и x_i .

Параметры a_i и α_i всегда являются постоянными: они определяются конструкцией того или иного манипулятора. В свою очередь, для вращательных кинематических пар параметр d_i будет постоянным, а θ_i – изменяемым; для поступательных пар – наоборот.

В табл. 1 приведены параметры Денавита – Хартенберга (α_i , d_i , θ_i), определенные для данного манипулятора; линейное смещение a_i для каждого звена манипулятора равно нулю. Конфигурация манипулятора зависит от значений изменяемых обобщенных координат.

нат (в таблице они соответствующим образом обозначены). Так, значения d_1, d_4, d_7 являются неизменяемыми и зависят от конструкции манипулятора; значения обобщенных координат d_i для третьего и шестого звеньев (выдвижных сегментов плеча и предплечья) складываются из слагаемых (соответственно) d_i и L_i , при этом d_i является параметром, характеризующим линейное смещение внутреннего выдвижного сегмента относительного соответствующего внешнего, а L_i является неизменяемым параметром, зависящим от длины данных звеньев.

Таблица 1

Параметры Денавита – Хартенберга

Звено	α_i	d_i	θ_i
1	$\frac{\pi}{2}$	d_1	$\theta_1 \neq \text{const} (0)$
2	$\frac{\pi}{2}$	0	$\theta_2 + \frac{\pi}{2} \neq \text{const} (\frac{\pi}{2})$
3	0	$d_3 + L_2 \neq \text{const}$	0
4	$\frac{\pi}{2}$	d_4	$\theta_4 \neq \text{const} (0)$
5	$\frac{\pi}{2}$	0	$\theta_5 + \pi \neq \text{const} (\pi)$
6	0	$d_6 + L_5 \neq \text{const}$	0
7	$\frac{\pi}{2}$	d_7	$\theta_7 \neq \text{const} (0)$
8	$\frac{\pi}{2}$	0	$\theta_8 + \frac{\pi}{2} \neq \text{const} (\frac{\pi}{2})$

Для изменяемых значений θ_i в скобках указаны значения, соответствующие нулевой конфигурации манипулятора (рис. 6).

Матрицы преобразования формируются для каждого звена и на основании этого рассчитывается итоговая матрица однородного преобразования. В составе матриц преобразования учитываются матрицы вращения и матрицы линейного смещения.

Так, матрица однородного преобразования T_n^0 , связывающая две системы координат ($ox_0y_0z_0$ и $ox_ny_nz_n$) и содержащая матрицу вращения R_n^0 и матрицу линейного смещения p_n^0 , имеет вид

$$T_n^0 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_n^0 & p_n^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Используя параметры Денавита – Хартенберга, можно построить соответствующие матрицы перехода [7]:

$$A_i = A_{z,\theta_i} A_{z,d_i} A_{x,\alpha_i} A_{z,\alpha_i} = \begin{bmatrix} R_{z,\theta_i} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & p_{d_i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & p_{\alpha_i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{x,\alpha_i} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Далее по тексту матрицей A_j^i обозначается матрица перехода от i -й системы координат к j -й системе координат:

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$A_2^1 = \begin{bmatrix} \cos\left(\theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) & 0 & \sin\left(\theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ \sin\left(\theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) & 0 & -\cos\left(\theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$A_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 + L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$A_4^3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & \sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & 0 & -\cos \theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$A_5^4 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_5 + \pi) & 0 & \sin(\theta_5 + \pi) & 0 \\ \sin(\theta_5 + \pi) & 0 & -\cos(\theta_5 + \pi) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$A_6^5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 + L_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$A_7^6 = \begin{bmatrix} \cos \theta_7 & 0 & \sin \theta_7 & 0 \\ \sin \theta_7 & 0 & -\cos \theta_7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$A_8^7 = \begin{bmatrix} \cos\left(\theta_8 + \frac{\pi}{2}\right) & 0 & \sin\left(\theta_8 + \frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ \sin\left(\theta_8 + \frac{\pi}{2}\right) & 0 & -\cos\left(\theta_8 + \frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Для решения прямой задачи кинематики, а именно: для определения ориентации и положения системы координат, связанной с рабочим концом манипулятора, относительно базовой системы координат требуется найти итоговую матрицу однородного преобразования T_8^0 посредством последовательного перемножения полученных матриц перехода A_j^i :

$$T_8^0 = A_1^0 A_2^1 \dots A_8^7.$$

Для краткости записи принимаются следующие обозначения:

$$\sin \theta_i = s_i, \quad \cos \theta_i = c_i, \quad \sin(\theta_i + \gamma) = s_{i,\gamma}, \quad \cos(\theta_i + \gamma) = c_{i,\gamma}, \quad d_i + l = d_{i,l}.$$

Представляя итоговую матрицу (1) как

$$T_8^0 = \begin{bmatrix} x_{8x} & y_{8x} & z_{8x} & p_x \\ x_{8y} & y_{8y} & z_{8y} & p_y \\ x_{8z} & y_{8z} & z_{8z} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

ориентация рабочего конца манипулятора определяется через

$$x_{8x} = \left(\left(\left(c_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 + s_1 s_4 \right) c_{5,\pi} + c_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} s_{5,\pi} \right) c_7 + \left(c_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} s_4 - s_1 c_4 \right) s_7 \right) c_{8,\frac{\pi}{2}} + \left(\left(c_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 + s_1 s_4 \right) s_{5,\pi} - c_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} c_{5,\pi} \right) s_{8,\frac{\pi}{2}};$$

$$x_{8y} = \left(\left(\left(s_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 - c_1 s_4 \right) c_{5,\pi} + s_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} s_{5,\pi} \right) c_7 + \left(s_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} s_4 + c_1 c_4 \right) s_7 \right) c_{8,\frac{\pi}{2}} + \left(\left(s_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 - c_1 s_4 \right) s_{5,\pi} - s_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} c_{5,\pi} \right) s_{8,\frac{\pi}{2}};$$

$$x_{8z} = \left(\left(s_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 c_{5,\pi} - c_{2,\frac{\pi}{2}} s_{5,\pi} \right) c_7 + s_{2,\frac{\pi}{2}} s_4 s_7 \right) c_{8,\frac{\pi}{2}} + \left(s_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 s_{5,\pi} + c_{2,\frac{\pi}{2}} c_{5,\pi} \right) s_{8,\frac{\pi}{2}};$$

$$y_{8x} = \left(\left(c_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 + s_1 s_4 \right) c_{5,\pi} + c_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} s_{5,\pi} \right) s_7 - \left(c_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} s_4 - s_1 c_4 \right) c_7;$$

$$y_{8y} = \left(\left(s_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 - c_1 s_4 \right) c_{5,\pi} + s_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} s_{5,\pi} \right) s_7 - \left(s_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} s_4 + c_1 c_4 \right) c_7;$$

$$y_{8z} = \left(s_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 c_{5,\pi} - c_{2,\frac{\pi}{2}} s_{5,\pi} \right) s_7 - s_{2,\frac{\pi}{2}} s_4 c_7;$$

$$z_{8x} = \left(\left(\left(c_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 + s_1 s_4 \right) c_{5,\pi} + c_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} s_{5,\pi} \right) c_7 + \left(c_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} s_4 - s_1 c_4 \right) s_7 \right) s_{8,\frac{\pi}{2}} - \left(\left(c_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 + s_1 s_4 \right) s_{5,\pi} - c_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} c_{5,\pi} \right) c_{8,\frac{\pi}{2}};$$

$$z_{8y} = s_7 \left(\left(\left(s_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 - c_1 s_4 \right) c_{5,\pi} + s_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} s_{5,\pi} \right) c_7 + \left(s_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} s_4 + c_1 c_4 \right) s_7 \right) s_{8,\frac{\pi}{2}} - \left(\left(s_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 - c_1 s_4 \right) s_{5,\pi} - s_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} c_{5,\pi} \right) c_{8,\frac{\pi}{2}};$$

$$z_{8z} = \left(\left(s_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 c_{5,\pi} - c_{2,\frac{\pi}{2}} s_{5,\pi} \right) c_7 + s_{2,\frac{\pi}{2}} s_4 s_7 \right) s_{8,\frac{\pi}{2}} - \left(s_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 s_{5,\pi} + c_{2,\frac{\pi}{2}} c_{5,\pi} \right) c_{8,\frac{\pi}{2}};$$

а вектор линейного смещения p_8^0 , исходя из выражений (1) и (2), определяется значениями p_x, p_y, p_z :

$$\begin{aligned}
 p_x &= \left(\left(c_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 + s_1 s_4 \right) s_{5,\pi} - c_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} c_{5,\pi} \right) d_7 + \left(\left(c_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 + s_1 s_4 \right) s_{5,\pi} - c_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} c_{5,\pi} \right) d_{6,L_5} + c_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} d_4 + c_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} d_{3,L_2}; \\
 p_y &= \left(\left(s_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 - c_1 s_4 \right) s_{5,\pi} - s_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} c_{5,\pi} \right) d_7 + \left(\left(s_1 c_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 - c_1 s_4 \right) s_{5,\pi} - s_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} c_{5,\pi} \right) d_{6,L_5} + s_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} d_4 + s_1 s_{2,\frac{\pi}{2}} d_{3,L_2}; \\
 p_z &= \left(s_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 s_{5,\pi} + c_{2,\frac{\pi}{2}} c_{5,\pi} \right) d_7 + \left(s_{2,\frac{\pi}{2}} c_4 s_{5,\pi} + c_{2,\frac{\pi}{2}} c_{5,\pi} \right) d_{6,L_5} - c_{2,\frac{\pi}{2}} d_4 - c_{2,\frac{\pi}{2}} d_{3,L_2} + d_1.
 \end{aligned}$$

Данные выражения являются решением прямой задачи кинематики, они наиболее явно показывают ориентацию и положение схвата манипулятора относительно базовой системы координат, однако такая запись является слишком громоздкой. Для решения прямой задачи кинематики удобно пользоваться рекурсивным алгоритмом, который выглядит следующим образом.

Матрица положения i -го звена манипулятора в абсолютной системе координат описывается в работе [7] как

$$T_i = \begin{pmatrix} x_i & y_i & z_i & p_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, поскольку основание манипулятора описывается единичной матрицей (поворот на нулевой угол) и нулевым смещением

$$T_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

то $x_0 = (1, 0, 0)^T$, $y_0 = (0, 1, 0)^T$, $z_0 = (0, 0, 1)^T$, $p_0 = (0, 0, 0)^T$.

В свою очередь i -е звено манипулятора определяется следующими x_i , y_i , z_i , p_i :

$$x_1 = c_1 x_0 + s_1 y_0, \quad y_1 = z_0, \quad z_1 = s_1 x_0 - c_1 y_0, \quad p_1 = d_1 z_0;$$

$$x_2 = c_{2,\frac{\pi}{2}} x_1 + s_{2,\frac{\pi}{2}} y_1, \quad y_2 = z_1, \quad z_2 = s_{2,\frac{\pi}{2}} x_1 - c_{2,\frac{\pi}{2}} y_1, \quad p_2 = p_1;$$

$$x_3 = x_2, \quad y_3 = y_2, \quad z_3 = z_2, \quad p_3 = d_{3,L_2} z_2 + p_2;$$

$$x_4 = c_4 x_3 + s_4 y_3, \quad y_4 = z_3, \quad z_4 = s_4 x_3 - c_4 y_3, \quad p_4 = d_4 z_3 + p_3;$$

$$x_5 = c_{5,\pi} x_4 + s_{5,\pi} y_4, \quad y_5 = z_4, \quad z_5 = s_{5,\pi} x_4 - c_{5,\pi} y_4, \quad p_5 = p_4;$$

$$x_6 = x_5, \quad y_6 = y_5, \quad z_6 = z_5, \quad p_6 = d_{6,L_5} z_5 + p_5;$$

$$x_7 = c_7 x_6 + s_7 y_6, \quad y_7 = z_6, \quad z_7 = s_7 x_6 - c_7 y_6, \quad p_7 = d_7 z_6 + p_6.$$

Решением прямой задачи кинематики для рабочего конца манипулятора является

$$x_8 = c_{8,\frac{\pi}{2}} x_7 + s_{8,\frac{\pi}{2}} y_7, \quad y_8 = z_7, \quad z_8 = s_{8,\frac{\pi}{2}} x_7 - c_{8,\frac{\pi}{2}} y_7, \quad p_8 = p_7.$$

Таким образом, используя приведенное решение прямой задачи кинематики, можно вычислить ориентацию и положение инструмента, подсоединенного к рабочему концу манипулятора.

Обратная задача кинематики заключается в определении обобщенных координат звеньев манипулятора на основании пространственного положения его схвата. Пример алгоритма управления конфигурацией рассматриваемого манипулятора приведен на рис. 7.

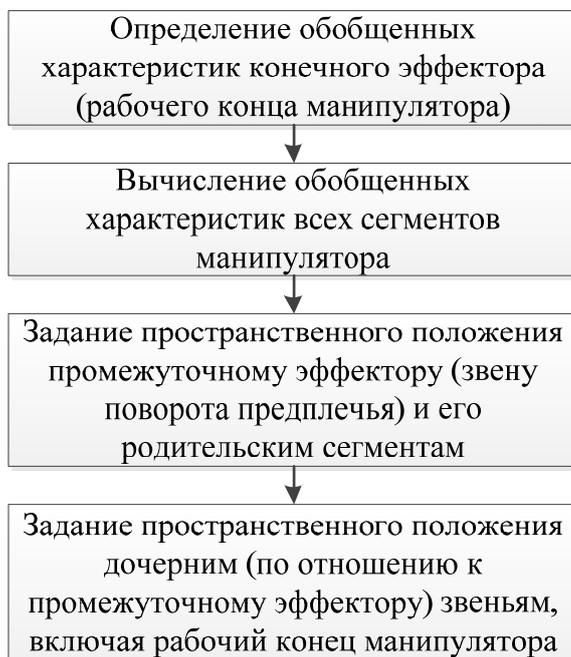


Рис. 7. Алгоритм управления механическим манипулятором

Рабочий конец манипулятора является конечным эффектором: исходя из характеристик его пространственного положения определяется требуемая конфигурация манипулятора, в том числе положение и ориентация промежуточного эффектора – звена поворота предплечья. Затем на основании определенных обобщенных координат промежуточному эффектору задаются требуемые ориентация и положение в пространстве (путем придания требуемой конфигурации его родительским сегментам), после чего – к точке проведения операции направляется рабочий конец манипулятора. В целом, не существует общего метода решения обратной задачи кинематики; в зависимости от поставленной задачи возможно применение таких подходов, как, например, метод обратных преобразований, итерационный метод, тригонометрический подход [7]; кроме того, одному и тому же положению рабочего конца манипулятора может соответствовать бесконечное множество решений. Предполагается непосредственное управление оператором конфигурацией манипулятора исходя из конкретных условий выполнения задачи (наличием препятствий в рабочей зоне, ориентацией и положением объекта, над которым выполняется та или иная операция) [8].

Заключение и выводы

В статье представлено решение прямой задачи кинематики для ММ, в том числе методом рекурсивного алгоритма. Предложен алгоритм управления конфигурацией манипулятора использующий решение обратной задачи кинематики, который можно применять при наличии препятствий на пути движения рабочего конца манипулятора: первоочередное задание ориентации и положения промежуточному эффектору позволяет расположить звенья манипулятора в пространстве, избегая столкновения с препятствием.

Список литературы

1. Патент 2694528 С₁ РФ. Способ проведения поисково-спасательных работ / В. В. Шерстнев, О. Н. Бодин, О. Е. Безбородова, Ф. К. Рахматулло, А. И. Герасимов ; № 2018139491 ; заявл. 07.11.2018 ; опубл. 16.07.2019, Бюл. № 20.
2. Воробьев Ю. Л. Гражданская защита : энцикл. словарь / под общей ред. С. К. Шойгу. М. : ДЭКС-ПРЕСС, 2005. 568 с.

3. Патент 2762052 С₁ РФ. Способ проведения спасательных работ и беспилотное воздушное судно для осуществления способа / В. В. Шерстнев, О. Е. Безбородова, Д. С. Белик, О. Н. Бодин, А. Н. Спиркин, Г. К. Бердибаева ; № 2762052 ; заявл. 30.12.2020 ; опубл. 15.12.2021, Бюл. № 35. С. 23.
4. Борисов О. И., Громов В. С., Пыркин А. А., Методы управления робототехническими приложениями. СПб. : Университет ИТМО, 2016. 108 с.
5. Параметры Денавита – Хартенберга. URL: [https://ru.abcdef.wiki/wiki/Denavit %E2 %80 %93Hartenberg_parameters](https://ru.abcdef.wiki/wiki/Denavit_%E2%80%93Hartenberg_parameters) (дата обращения: 14.12.2021).
6. Представление Денавита – Хартенберга. URL: https://studopedia.su/3_47738_predstavlenie-denavita--hartenberga.html (дата обращения: 14.12.2021).
7. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Основы управления манипуляционными роботами. М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 480 с.
8. Шерстнев В. В. Обеспечение безопасности полета гетерогенной группы беспилотных воздушных судов // Измерения. Мониторинг. Управление. Контроль. 2021. № 3. С. 110–118. doi:10.21685/2307-5538-2021-3-13

References

1. Patent 2694528 S1 Russian Federation. Method of search and rescue operations. V.V. Sherstnev, O.N. Bodin, O.E. Bezborodova, F.K. Rakhmatullof, A.I. Gerasimov; No. 2018139491; appl. 07.11.2018; publ. 16.07.2019, bull. № 20. (In Russ.)
2. Vorob'ev Yu.L. *Grazhdanskaya zashchita: entsikl. slovar' = Civil protection : an encyclopedic dictionary*. Moscow: DEKS-PRESS, 2005:568. (In Russ.)
3. Patent 2762052 S1 Russian Federation. Method of rescue operations and unmanned aircraft for the implementation of the method. V.V. Sherstnev, O.E. Bezborodova, D.S. Belik, O.N. Bodin, A.N. Spirkin, G.K. Berdibaeva; No. 2762052; appl. 30.12.2020; publ. 15.12.2021, bull. № 35. (In Russ.)
4. Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkin A.A., *Metody upravleniya robototekhnicheskimi prilozheniyami = Methods of control of robotic applications*. Saint Petersburg: Universitet ITMO, 2016:108. (In Russ.)
5. Denavit–Hartenberg parameters. (In Russ.). Available at: [https://ru.abcdef.wiki/wiki/Denavit %E2 %80 %93Hartenberg_parameters](https://ru.abcdef.wiki/wiki/Denavit_%E2%80%93Hartenberg_parameters) (accessed 14.12.2021).
6. Denavit–Hartenberg representation. (In Russ.). Available at: https://studopedia.su/3_47738_predstavlenie-denavita--hartenberga.html (accessed 14.12.2021).
7. Zenkevich S.L., Yushchenko A.S. *Osnovy upravleniya manipulyatsionnymi robotami = Fundamentals of manipulative robot control*. Moscow: Izd-vo MGTU im. N. E. Bauman, 2004:480. (In Russ.)
8. Sherstnev V.V. Ensuring flight safety of a heterogeneous group of unmanned aircraft. *Izmereniya. Monitoring. Upravlenie. Kontrol' = Measurements. Monitoring. Management. Control*. 2021;(3):110–118. (In Russ.). doi:10.21685/2307-5538-2021-3-13

Информация об авторах / Information about the authors

Владислав Вадимович Шерстнев

соискатель,

Пензенский государственный университет

(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: iit@pnzgu.ru, тел. (8412)368221

Vladislav V. Sherstnev

Applicant,

Penza State University

(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов /

The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию/Received 17.06.2021

Поступила после рецензирования/Revised 24.06.2021

Принята к публикации/Accepted 29.09.2021