

ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

INFORMATION-MEASURING AND CONTROL SYSTEMS

УДК 51.74

doi: 10.21685/2307-5538-2024-1-1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ РАЦИОНАЛЬНОЙ АНАЛИЗИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Ю. М. Скрябин

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Россия
meh-record@yandex.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Настоящее исследование относится к области локации летательных аппаратов с помощью средств электростатической разведки. Для цифровой обработки нестационарных электростатических сигналов датчиков рассматриваемой системы обычно используется свертка с анализирующей функцией, в том числе и специального вида под конкретный сигнал. В настоящей работе предлагается новый алгоритм синтеза анализирующей функции. *Материалы и методы.* В качестве исходного метода синтеза использовался метод наименьших квадратов (МНК). Уравнения МНК описывают целевые свойства рациональной анализирующей функции. Свойства выбраны в соответствии с практикой цифровой обработки на основе модифицированной вейвлет-функцией Морле. Кроме того, анализирующая функция выбиралась подобной анализируемой. При записи свойств функций в виде уравнений МНК интегралы раскрывались через основную теорему о вычетах функции. *Результаты.* Описан и реализован алгоритм, который определяет коэффициенты анализирующей функции программным способом. *Выводы.* Представленный алгоритм определяет коэффициенты анализирующей функции более точно и за гораздо меньшее машинное время, чем алгоритм на основе градиентного поиска.

Ключевые слова: электростатический сигнал, электростатический мониторинг, электростатическая локация, цифровая обработка сигналов, время-частотное распределение

Финансирование: исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-37-90028.

Благодарности: выражаю благодарность своему научному руководителю Потехину Дмитрию Станиславовичу за критику настоящего исследования.

Для цитирования: Скрябин Ю. М. Определение коэффициентов рациональной анализирующей функции с помощью метода наименьших квадратов // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. 2024. № 1. С. 5–13. doi: 10.21685/2307-5538-2024-1-1

DETERMINATION OF THE COEFFICIENTS OF A RATIONAL ANALYZING FUNCTION USING THE METHOD OF LEAST SQUARES

Yu.M. Skryabin

MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russia
meh-record@yandex.ru

Abstract. *Background.* This research relates to the field of aircraft location using electrostatic reconnaissance equipment. For digital processing of non-stationary electrostatic sensor signals of the system in question, convolution from the

analyzing function, including a special type for a specific signal, is usually used. In this paper, a new algorithm for the synthesis of the analyzing function is proposed. *Materials and methods.* The least squares method was used as the initial synthesis method. The equations describe the target properties of a rational analyzing function. The properties are selected in accordance with the algorithm of using the modified Morlet wavelet function. In addition, the analyzing function was chosen to be similar to the one being analyzed. When writing the properties of functions in the form of equations, the integrals were revealed through Cauchy's residue theorem. *Results.* An algorithm is described and implemented that determines the coefficients of the analyzing function programmatically. *Conclusions.* The presented algorithm determines the coefficients of the analyzing function more accurately and in much less machine time than the algorithm based on gradient search.

Keywords: electrostatic signal, electrostatic monitoring, electrostatic location, digital signal processing, time-frequency distribution

Financing: the research was carried out with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research within the framework of a scientific project № 20-37-90028.

Acknowledgements: i would like to express my gratitude to my scientific supervisor Dmitry Stanislavovich Potekhin for criticizing this study.

For citation: Skryabin Yu.M. Determination of the coefficients of a rational analyzing function using the method of least squares. *Izmerenie. Monitoring. Upravlenie. Kontrol' = Measuring. Monitoring. Management. Control.* 2024;(1): 5–13. (In Russ.). doi: 10.21685/2307-5538-2024-1-1

Введение

Беспилотные летательные аппараты (БПЛА) широко используются в настоящее время и их количество только растет. Не все пользователи БПЛА соблюдают законы по воздушному движению и пролет БПЛА на определенных территориях, что необходимо контролировать, так как данные аппараты могут нести определенные угрозы жизни людей или порчи имущества или нарушать законы о частной собственности. Контроль за их движением включает в себя обнаружение и распознавание БПЛА, которые пересекают границы охраняемой территории [1].

Радиолокационные системы (РЛС) имеют более низкую вероятность обнаружения БПЛА, нежели пилотируемых летательных аппаратов. Это связано с тем, что БПЛА, как правило, обладают малой эффективной площадью рассеяния радиоволн и могут летать на низких и сверхнизких высотах, на которых становятся сильны отражения от подстилающей поверхности. Кроме того, возле гражданских строений необходимо соблюдать экологические нормы по электромагнитному излучению. Поэтому РЛС совмещают с системами детектирования на ином физическом принципе работы, такими как оптические, звуковые и радиотехнические средства разведки [2].

Одной из возможных систем обнаружения БПЛА может являться система электростатической локации [3]. Работа данных систем основана на измерении квазистатического электрического поля вдоль границы охраняемого периметра в определенных точках. Ввиду того, что БПЛА, как и любой другой объект, движущийся в атмосфере, неизбежно несет электростатический заряд, то он создает характерные возмущения электростатического поля вблизи поверхности. В одном из предшествующих исследований было выявлено, что для определения параметров траектории БПЛА, пересекающего периметр, необходимо определить временной t_p и частотный ht признак электростатического сигнала, показанных на рис. 1 [4].

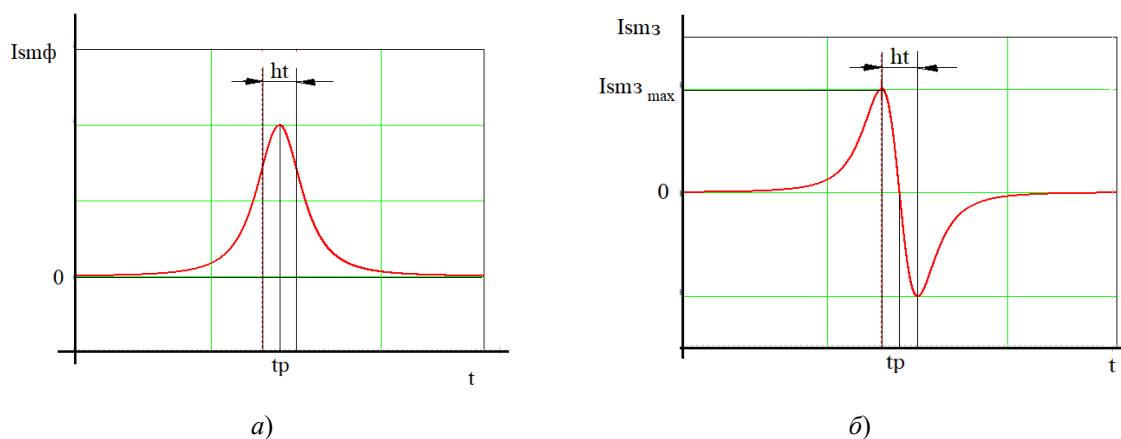


Рис. 1. Идеальные измерительные сигналы:
 а – электростатического флюксметра; б – электростатического зонда

На рис. 1 представлены два сигнала, которые могут быть получены с помощью электростатического флюксметра [5] или электростатического зонда [6]. Электростатический флюксметр является прибором, более защищенным от помех, чем электростатический зонд. Последний же является гораздо более простым с конструктивной точки зрения и в нем отсутствуют движущиеся детали.

В предыдущем исследовании [4] рассматривалась цифровая обработка электростатических сигналов данной системы, полученных с помощью зондов. Стратегия данной обработки соответствует методам обработки сигналов, применяемых в системе электростатического мониторинга состояния технических объектов [6–8]. В рамках данной стратегии предлагается анализ время-частотного распределения измерительного сигнала, полученного путем многократной свертки сигнала со специальной анализирующей функцией [9]. В исследовании [4] предлагается использование специальной рациональной функции, выводимой специально под нужный сигнал. Данная функция показала большую точность определения временного признака tp сигнала по сравнению с общепринятой в данной области вейвлет-функцией Морле.

Однако в том исследовании [4] для получения коэффициентов рациональной функции использовался метод градиентного поиска, который базировался на ряде эмпирических правил для достижения приемлемого результата. Так как использование рациональной анализирующей функции предполагает подбор ее вида под конкретный сигнал, то актуальным становится создание более универсального алгоритма для поиска коэффициентов рациональной функции. Это обусловлено тем, что данный алгоритм можно использовать и при других условиях электростатической задачи, которая определит иные идеальные электростатические сигналы, чем изображенные на рис. 1.

Целью данного исследования является создание алгоритма на основе метода наименьших квадратов (МНК) для поиска коэффициентов рациональной анализирующей функции.

Материалы и методы

Алгоритм подбора коэффициентов рациональной анализирующей функции на основе градиентного поиска подробно разобран в работе [4]. Символьное упрощение вычетов функции в системе компьютерной алгебры Maple и усовершенствование градиентного поиска за счет линейности частных производных целевой функции описано в статье [10]. В настоящем исследовании метод градиентного поиска заменяется на МНК. Алгоритм поиска коэффициентов при этом модифицируется для обеспечения подобия анализирующей функции измерительному сигналу.

Алгоритм расчета коэффициентов рациональной анализирующей функции состоит из следующих шагов:

- запись анализирующей функции и идеального измерительного сигнала в виде рациональной функции;
- символьное упрощение интегралов свертки анализирующей функции с измерительным сигналом и расчет их частных производных;
- определение коэффициентов рациональной анализирующей функции;
- перевод анализирующей функции в цифровой вид с учетом ошибки дискретизации и ограниченности во времени.

Целевые свойства анализирующей функции

В качестве исходного измерительного сигнала использовалась его запись в аналитической форме через частотный признак ht и временной признак tp для электростатического флюксметра и зонда соответственно [4]:

$$I_{smf}(t) = 8Amht^3 \frac{1}{((t-tp)^2 + 4ht^2)^{1.5}}; \quad (1)$$

$$I_{smp}(t) = -25\sqrt{5}Amht^4 \frac{1}{((t-tp)^2 + 2ht^2)^{2.5}}, \quad (2)$$

где Am – амплитуда измерительного сигнала; t – время.

В дальнейшем свойства будут описаны на основе сигнала электростатического флюксметра (1). Запись свойств в случае сигнала электростатического зонда аналогична, меняется лишь четность мнимой и действительной части анализирующей функции.

Цифровая обработка электростатических сигналов основана на многократных свертках электростатического сигнала $I_{sm}(t)$ с анализирующей функцией и расчет амплитуду A_{mp} и (или) фазы Ph в выбранной точке:

$$CR(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_{sm}\left(t - \frac{\tau}{2}\right) F_{cre}\left(t + \frac{\tau}{2}\right) dt; \quad (3)$$

$$CI(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_{sm}\left(t - \frac{\tau}{2}\right) F_{cim}\left(t + \frac{\tau}{2}\right) dt; \quad (4)$$

$$A_{mp} = \sqrt{CR(\tau)^2 + CI(\tau)^2}; \quad (5)$$

$$Ph = \text{Arctg}(CI(\tau) / CR(\tau)), \quad (6)$$

где $F_{cre}(\tau)$ и $F_{cim}(\tau)$ – реальная и мнимая часть анализирующей функции; $CR(\tau)$ и $CI(\tau)$ – действительная и мнимая часть свертки соответственно; τ – смещение центра сигнала tp относительно центра окна свертки.

Согласно теории цифровой обработки мнимая и действительная часть анализирующей функции должны быть ортогональными. С учетом четности (1) необходимо, чтобы $F_{cre}(\tau)$ было нечетной функцией, а $F_{cim}(\tau)$ – четной. Кроме того, для того, чтобы на результат цифровой обработки не влияло смещение нуля, у функции должно быть нулевое среднее значение [11]. В случае нечетной $F_{cre}(\tau)$ это обеспечивается автоматически, для нечетной необходимо обеспечить следующее тождество [12]:

$$NuR = \int_{-\infty}^{\infty} F_{cim}(t) dt = 0. \quad (7)$$

Для обеспечения верности выражений (5) и (6) необходимо обеспечить изменение действительной и мнимой части свертки по гармоническим законам:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} I_{sm}\left(t - \frac{\tau}{2}\right) F_{cre}\left(t + \frac{\tau}{2}\right) dt = \sin(cf \tau 2\pi); \quad (8)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} I_{sm}\left(t - \frac{\tau}{2}\right) F_{cim}\left(cht + \frac{\tau}{2}\right) dt = \cos(cf \tau 2\pi). \quad (9)$$

где cf – коэффициент соответствия; $ch = 1$ – коэффициент сжатия.

В целевых свойствах (8), (9) введен коэффициент соответствия cf . Необходимость его введения заключается в том, что у электростатических сигналов (1) и (2) частотный признак ht не является прямым отображением периода (частоты) сигнала, а связан с ним через постоянный множитель cf заранее неизвестный. В алгоритме на основе градиентного поиска [4] данный коэффициент подбирался исходя из начальных условий при градиентном спуске, соответствующем максимальному подобию измерительного сигнала $I_{sm}(t)$ к мнимой части анализирующей функции $CI(t)$. В настоящем алгоритме данный коэффициент подбирается таким образом, чтобы амплитуда A_{mp} при $ch = 1$ при $\tau = 0$ была максимальна, что является более универсальным условием. Естественно, что при $\tau = 0$ реальная часть свертки $CR(\tau) = 0$ и амплитуда определяется мнимой частью $CI(\tau)$. Поэтому ch отсутствует в выражении (8).

Запись уравнений МНК

Для расчета точности выполнения условий (7)–(9) в аналитической форме используется основная теорема о вычетах, согласно которой неопределенный интеграл равен сумме вычетов в верхней полуплоскости подынтегрального выражения [13]. Для использования данной теоремы анализирующая функция и измерительный сигнал электростатического флюксметра записывается в виде рациональных функций следующего вида:

$$I_{sm}(t) = \frac{S_3 t^6 + S_2 t^4 + S_1 t^2 + S_0}{(t^2 + A^2)(t^2 + B^2)(t^2 + C^2)^2}; \quad (10)$$

$$F_{cre}(t) = \frac{K_3 t^7 + K_2 t^5 + K_1 t^3 + K_0 t}{(t^2 + A^2)(t^2 + B^2)(t^2 + C^2)^2}; \quad (11)$$

$$F_{cim}(t) = \frac{P_4 \cdot t^8 + P_3 \cdot t^6 + P_2 \cdot t^4 + P_1 \cdot t^2 + P_0}{(t^2 + A^2) \cdot (t^2 + B^2)^2 \cdot (t^2 + C^2)^2}, \quad (12)$$

где S_j, K_j, P_j, A, B, C – коэффициенты.

Подстановка выражений (10)–(12) в условия (7)–(9) и их символьное упрощение в системе компьютерной алгебры Maple подробно описана в предыдущей работе [10]. В настоящей работе в выражения (8), (9) добавляется коэффициент сжатия ch , который необходим для реализации метода наименьших квадратов. Выражение (8) и (9) упрощаются при $ch = 1$ или при $\tau = 0$, но не при неизвестных значениях этих двух показателей, так как в данном случае система компьютерной алгебры Maple не дает результат.

Нахождение коэффициентов S_j, A, B и C осуществляется на основе простого градиентного поиска так же, как и в предыдущей работе [10]. Коэффициенты K_j и P_j в данном исследовании находятся модифицированным методом наименьших квадратов как аналитическое системы уравнений. Классическая реализация метода наименьших квадратов запишет для коэффициентов K_j и P_j две системы уравнений по количеству неизвестных. Модификация метода состоит в замене одного из уравнений системы на приближенность анализирующей функции к нулю на краю. Для коэффициентов четной части анализирующей функции P_j одно из уравнений заменяется на условие (7). Итоговая система уравнений для коэффициентов P_j выглядит следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial P_0} \sum_{j=0}^N \left(\cos\left(\frac{2cf\pi j}{N}\right) - CI(j/N) \right)^2 = 0; \\ \frac{\partial}{\partial P_1} \sum_{j=0}^N \left(\cos\left(\frac{2cf\pi j}{N}\right) - CI(j/N) \right)^2 = 0; \\ \frac{\partial}{\partial P_2} \sum_{j=0}^N \left(\cos\left(\frac{2cf\pi j}{N}\right) - CI(j/N) \right)^2 = 0; \\ \int_{-\infty}^{\infty} CI(\tau) d\tau = Cz; \\ \sum_{j=1}^{10} F_{cim}\left(\frac{i+40}{5}\right) = 0, \end{array} \right. \quad (13)$$

где Cz – околонулевая константа; $N = 20$ – количество учтенных невязок между идеальным изменением свертки от смещения τ и сверткой.

Учет околонулевой константы вместо нуля в системе (13) необходим, так как последним шагом алгоритма является коррекция коэффициентов анализирующей функции с учетом ошибки дискретизации при переводе анализирующей функции в цифровой вид для записи в память датчика электростатического поля.

Для нахождения коэффициентов K_j используется следующая система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial K_0} \sum_{j=0}^N \left(\sin\left(\frac{2cf\pi j}{N}\right) - CR(j/N) \right)^2 = 0; \\ \frac{\partial}{\partial K_1} \sum_{j=0}^N \left(\sin\left(\frac{2cf\pi j}{N}\right) - CR(j/N) \right)^2 = 0; \\ \frac{\partial}{\partial K_2} \sum_{j=0}^N \left(\sin\left(\frac{2cf\pi j}{N}\right) - CR(j/N) \right)^2 = 0; \\ \sum_{j=1}^{10} F_{cre}\left(\frac{i+40}{5}\right) = 0. \end{array} \right. \quad (14)$$

Результаты

На основе решения уравнений (13) и (14) в системе компьютерной алгебры Maple были протестированы различные алгоритмы по синтезу анализирующей функции. Точный результат дал алгоритм, соответствующий блок-схеме, изображенной на рис. 2.

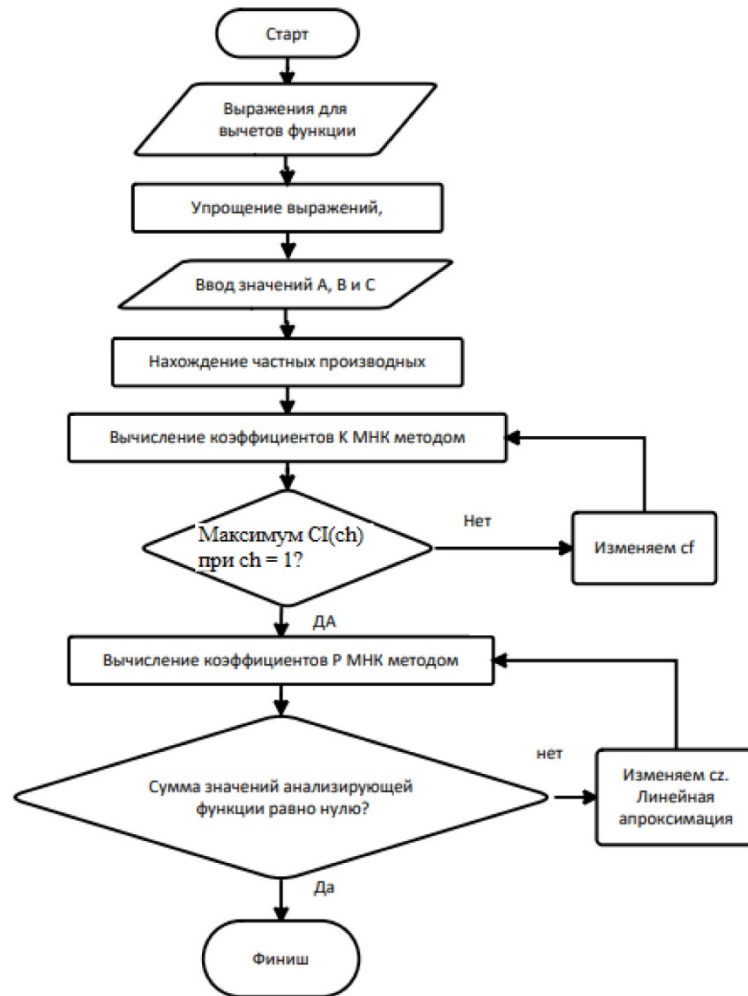


Рис. 2. Блок-схема алгоритма нахождения коэффициентов анализирующей функции

Алгоритм, изображенный на рис. 2, может быть применен как для синтеза анализирующей функции к сигналу электростатического зонда (2), так и для электростатического флюксметра. Следует иметь в виду, что сначала происходит вычисление коэффициентов анализирующей функции той части, чья четность соответствует анализирующей функции. Именно при их расчете происходит итерационный подбор cf .

Изменение cz следует производить на последнем шаге синтеза при дискретизации сигнала таким образом, чтобы сумма значений четной части анализирующей функции была равна нулю. Для нечетной части это выполнится автоматически. Необходимые изменения cz очень слабо влияют на коэффициенты четной части и сумма линейно зависит от cz . Поэтому поиск необходимого значения возможен в три итерации и после пересчета корректировка cf не требуется.

Итоговая анализирующая функция изображена на рис. 3.

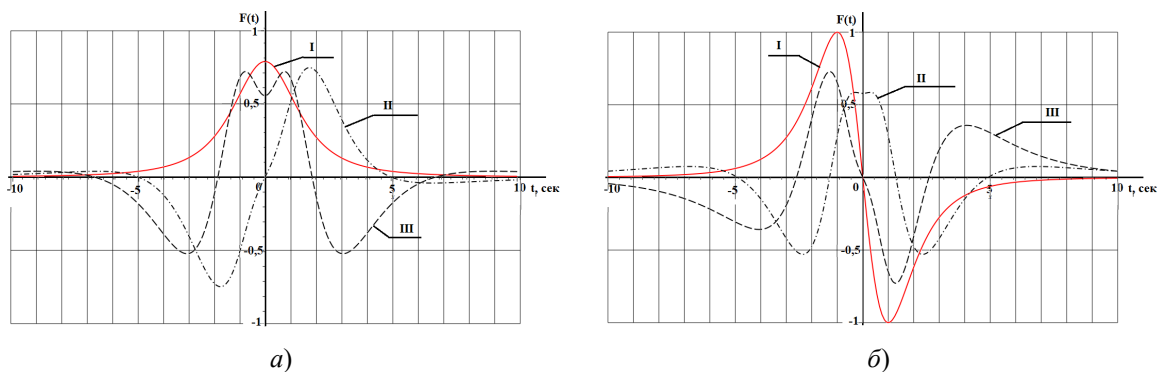


Рис. 3. Анализирующая функция:

a – для электростатического флюксметра; b – для электростатического зонда;
 I – измерительный сигнал; II – реальная часть; III – мнимая часть

Коэффициенты полученных функций представлены в табл. 1, а их соответствие целевым свойствам – в табл. 2.

Таблица 1

Коэффициенты анализирующей функции

Электростатический флюксметр				Электростатический зонд			
Общие	Сигнал	Реальная	Мнимая	Общие	Сигнал	Реальная	Мнимая
A	S_0	K_0	P_0	A	S_0	P_0	K_0
1,603	498312	71857,8	116877	1,285	-74120	23443,7	-15397,2
B	S_1	K_1	P_1	B	S_1	P_1	K_1
3,276	1,30500	123687	212966	2,362	-17526	29454,8	-53463,7
C	S_2	K_2	P_2	C	S_2	P_2	K_2
5,183	-5288,832	-5075,99	-76160,3	4,755	-283,863	-27491,0	8284,06
ht		K_3	P_3	ht		P_3	K_3
2		1,660	1,660	2		1109,22	-2,725
			P_4			P_4	
			-1,2064			-0,8838	

Таблица 2

Соответствие преобразования целевым свойствам

Тип датчика	Сжатие ch	Интервал соответствия	Средняя невязка	Макс. невязка	ноль cz
Эл. флюксметр	0,483	$\pm 22,5\%$	Re(0,04%) Im(0,29%)	Re(0,6%) Im(0,9%)	-0,043854
Эл. зонд	0,735	$\pm 22,5\%$	Re(0,04%) Im(0,1%)	Re(0,3%) Im(0,9%)	-0,033116

В табл. 2 в столбце интервал соответствия отображено, какая часть периода гармонической функции из целевых свойств (8) и (9) соответствует зависимости свертки от положения центра окна τ . Следует обратить внимание, что данная доля берется от периода $2 \cdot ht/ch$. Соответственно, это означает, что фаза по формуле (6) может быть рассчитана корректно в пределах $\pm 0,93 \cdot ht$ для электростатического флюксметра и в пределах $\pm 0,61 \cdot ht$ для электростатического зонда.

Обсуждение

Алгоритм на основе метода наименьших квадратов позволяет с использованием относительно малого количества машинных ресурсов рассчитать коэффициенты анализирующей функции. При этом целевые свойства выполняются абсолютно точно. В указанных в табл. 3 пределах зависимость свертки идеального сигнала от гармонической функции визуально не отличается и содержит малую ошибку. Кроме того, рассмотренный алгоритм без каких-либо затруднений оказался применим также к сигналу электростатического флюксметра в отличие от алгоритма, рассмотренного в предыдущей работе. В том случае это было связано с тем, требования подобия измерительному сигналу и равенства нулю среднего значения в случае электростатического флюксметра являются взаимоисключающими.

Введение в алгоритм корректировки коэффициента cf путем изучения амплитудной характеристики при $\tau = 0$ позволило убрать проблему нахождения подобной функции, так как без данной корректировки в общем случае алгоритм стремился найти функции, которые обладают кратно большей частотой чем измерительный сигнал, что являлось ошибочным.

Заключение

На основании вышеизложенного материала можно заключить, что представленный алгоритм позволяет надежно и точно определить анализирующую функцию, обладающую целевыми свойствами (7)–(9) по отношению к идеальному электростатическому сигналу или схожему с ним. Данные целевые свойства необходимы для цифровой обработки электростатического сигнала, что было рассмотрено в предшествующем исследовании [4]. Синтезированная анализирующая

функция предлагается в качестве основы время-частотного преобразования электростатического сигнала вместо (или совместно с) модифицированной вейвлет-функции Морле, общепринятой в области электростатического мониторинга [7].

Список литературы

1. Сенцов А. А., Поляков В. Б., Иванов С. А., Помозова Т. Г. Метод перехвата малоразмерных и малозаметных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2023. № 129. С. 1–30. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID = 173033>
2. Макаренко С. И., Тимошенко А. В., Васильченко А. С. Анализ средств и способов противодействия беспилотным летательным аппаратам. Часть 1. Беспилотный летательный аппарат как объект обнаружения и поражения // Системы управления, связи и безопасности. 2020. № 1. С. 101–146.
3. Ластовецкий А. Е., Клепка С. П., Рябоконт М. С. Дистанционное измерение электрических зарядов воздушных объектов // Вестник концерна ПВО Алмаз-Антей. 2015. № 3. С. 59–69.
4. Скрябин Ю. М., Потехин Д. С. Рациональная анализирующая функция для точного определения параметров электростатического сигнала // Труды МАИ. 2021. № 119. С. 1–32. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID = 159792>
5. Патент 2722477 Российская Федерация. Электростатический флюксметр / Потехин Д. С., Скрябин Ю. М., Тетерин Е. П. № 2019123353 ; заявл. 24.07.2019 ; опубл. 01.06.2020.
6. Yong Y., Yonghui H., Lijuan W. [et al.]. Electrostatic sensors – Their principles and applications // Measurement. 2022. № 169. P. 153–183.
7. Zhenhua W., Junxing H., Jason A. A review of electrostatic monitoring technology: The state of the art and future research directions // Progress in Aerospace Sciences. 2017. Vol. 2, iss. 1. P. 1–11.
8. Kun Yu, Terri Lin, Hui Ma [et al.]. A combined polynomial chirplet transform and synchroextracting technique for analyzing nonstationary signals of rotating machinery // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2020. Vol. 69, iss. 4. P. 1505–1518. doi: 10.1109/TIM.2019.2913058
9. Iatsenko D., McClintock P., Stefanovska A. Linear and synchrosqueezed time – frequency representations revisited: Overview, standards of use, resolution, reconstruction, concentration, and algorithms // Digital Signal Processing. 2015. Vol. 42. P. 1–26. doi: 10.1016/j.dsp.2015.03.004
10. Skryabin Y., Potekhin D. Synthesis of the Rational Analyzing Function for Feature Extraction of Signals from the Electrostatic Location System // Communications in Computer and Information Science. 2023. Vol. 1733. P. 250–261.
11. Дьяконов В. П. Вейвлеты. От теории к практике. М. : СОЛОН-Р, 2002. 448 с.
12. Потехин Д. С., Тарасов И. Е. Синтез сверточных функций в реальном времени в системах программно-зависимого радио и фазо-частотных измерительных устройствах // Российский технологический журнал. 2018. № 6. С. 41–54.
13. Смирнов В. И. Курс высшей математики. Т. 3, ч. 1. 24-е изд. СПб. : БХВ-Петербург, 2010. 816 с.

References

1. Sentsov A.A., Polyakov V.B., Ivanov S.A., Pomozova T.G. Method of interception of small-sized and inconspicuous aircraft. *Trudy MAI = Proceedings of MAI*. 2023;(129):1–30. (In Russ.). Available at: <https://trudymai.ru/published.php?ID = 173033>
2. Makarenko S.I., Timoshenko A.V., Vasil'chenko A.S. Analysis of means and methods of countering unmanned aerial vehicles. Part 1. Unmanned aerial vehicle as an object of detection and destruction. *Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti = Management, communication and security systems*. 2020;(1):101–146. (In Russ.)
3. Lastovetskiy A.E., Klepka S.P., Ryabokon' M.S. Remote measurement of electric charges of air objects. *Vestnik kontserna PVO Almaz-Antey = Bulletin of the air defense concern Almaz-Antey*. 2015;(3):59–69. (In Russ.)
4. Skryabin Yu.M., Potekhin D.S. Rational analyzing function for accurate determination of parameters of an electrostatic signal. *Trudy MAI = Proceedings of MAI*. 2021;(119):1–32. (In Russ.). Available at: <https://trudymai.ru/published.php?ID = 159792>
5. Patent 2722477 Russian Federation. *Elektrostaticheskiy flyuksmetr = Electrostatic fluxmeter*. Potekhin D.S., Skryabin Yu.M., Teterin E.P. № 2019123353; appl. 24.07.2019; publ. 01.06.2020. (In Russ.)
6. Yong Y., Yonghui H., Lijuan W. et al. Electrostatic sensors – Their principles and applications. *Measurement*. 2022;(169):153–183.
7. Zhenhua W., Junxing H., Jason A. A review of electrostatic monitoring technology: The state of the art and future research directions. *Progress in Aerospace Sciences*. 2017;2(1):1–11.
8. Kun Yu, Terri Lin, Hui Ma et al. A combined polynomial chirplet transform and synchroextracting technique for analyzing nonstationary signals of rotating machinery. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. 2020;69(4):1505–1518. doi: 10.1109/TIM.2019.2913058

9. Iatsenko D., McClintock P., Stefanovska A. Linear and synchrosqueezed time – frequency representations revisited: Overview, standards of use, resolution, reconstruction, concentration, and algorithms. *Digital Signal Processing*. 2015;42:1–26. doi: 10.1016/j.dsp.2015.03.004
10. Skryabin Y., Potekhin D. Synthesis of the Rational Analyzing Function for Feature Extraction of Signals from the Electrostatic Location System. *Communications in Computer and Information Science*. 2023;1733:250–261.
11. D'yakonov V.P. *Veyvlety. Ot teorii k praktike = Wavelets. From theory to practice*. Moscow: SOLON-R, 2002:448. (In Russ.)
12. Potekhin D.S., Tarasov I.E. Synthesis of convolutional functions in real time in software-dependent radio systems and phase-frequency measuring devices. *Rossiyskiy tekhnologicheskii zhurnal = Russian Technological Journal*. 2018;(6):41–54. (In Russ.)
13. Smirnov V.I. *Kurs vysshey matematiki = Course of higher mathematics*. Vol. 3, part 1. 24-th ed. Saint Petersburg: BKhV-Peterburg, 2010:816. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Юрий Михайлович Скрябин

преподаватель кафедры вычислительной техники,
МИРЭА – Российский технологический
университет
(Россия, г. Москва, пр-кт Вернадского, 78)
E-mail: meh-record@yandex.ru

Yuriy M. Skryabin

Lecturer of the sub-department
of computer engineering,
MIREA – Russian Technological University
(78 Vernadsky avenue, Moscow, Russia)

**Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов /
The author declares no conflicts of interests.**

Поступила в редакцию/Received 15.12.2023

Поступила после рецензирования/Revised 12.01.2024

Принята к публикации/Accepted 13.02.2024