

# ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ КОМПЛЕКСЫ И СИСТЕМЫ

## ELECTRICAL ENGINEERING COMPLEXES AND SYSTEMS

УДК 621.313

doi:10.21685/2307-5538-2022-2-6

### ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ АКТИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА И ПАССИВНОГО ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА ПРИ РАЗРАБОТКЕ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ТРАНСФОРМАТОРА

**А. С. Бордюг**

Керченский государственный морской технологический университет, Керчь, Россия  
alexander.bordyug@mail.ru

**Аннотация.** *Актуальность и цели.* Трансформатор представляет собой статический электромагнитный аппарат, предназначенный для преобразования переменного тока одного напряжения в переменный ток другого напряжения той же частоты. Трансформатор осуществляет преобразование переменного напряжения и/или гальваническую развязку в самых различных областях применения – электроэнергетике, электронике и радиотехнике. Трансформатор имеет не менее двух обмоток, у которых есть общий магнитопровод и которые электрически изолированы друг от друга. *Материалы и методы.* Разработка схемы, приведенная в данной статье, основана на теории активного двухполюсника – части электрической цепи, выделенной относительно двух зажимов, содержащей источник энергии (или скомпенсированные источники) и пассивного четырехполюсника – части схемы, имеющей две пары зажимов и не содержащей в себе источника энергии. В качестве типичного активного двухполюсника может выступать трансформатор, как и в качестве пассивного четырехполюсника тоже может выступать трансформатор. *Результаты.* В статье приведена разработка оптимизации схем замещения трансформатора, которые являются удобными при теоретическом анализе и в расчетной практике. Если возникнет вопрос – почему конкретно приведенные схемы являются эффективными, то на него последует следующий ответ – поскольку они позволяют получить искомые соотношения цепей первичной и вторичных обмоток проще, быстрее и позволяют не исказить такой параметр, как точность. Причем логическая структура этих соотношений столь выразительна по своей сущности, что возможна коррекция известных критериев, а также формулировка новых. *Выводы.* Следовательно, указанные в этой статье схемы будут представлять интерес в производственно-конструкторских разработках, а также в учебно-методическом плане.

**Ключевые слова:** трансформатор, схема замещения, коэффициент полезного действия

**Для цитирования:** Бордюг А. С. Применение теории активного двухполюсника и пассивного четырехполюсника при разработке схемы замещения трансформатора // Измерения. Мониторинг. Управление. Контроль. 2022. № 2. С. 46–52. doi:10.21685/2307-5538-2022-2-6

### APPLICATION OF THE THEORY OF AN ACTIVE BIPOLAR AND A PASSIVE FOUR-POLE DURING DEVELOPMENT TRANSFORMER REPLACEMENT CIRCUITS

**A.S. Bordyug**

Kerch State Marine Technological University, Kerch, Russia  
alexander.bordyug@mail.ru

**Abstract. Background.** The transformer is a static electromagnetic apparatus designed to convert an alternating current of one voltage into an alternating current of another voltage of the same frequency. The transformer performs AC voltage conversion and/or galvanic isolation in various applications – electric power, electronics and radio engineering. The transformer has at least two windings, which have a common magnetic conductor and which are electrically isolated from each other. **Materials and methods.** The development of the scheme given in this article is based on the theory of an active bipolar – a part of an electric circuit isolated relative to two terminals containing an energy source (or compensated sources) and a passive four-pole – a part of the circuit that has two pairs of terminals and does not contain energy sources. A transformer can act as a typical active bipolar, as well as a transformer can act as a passive four-pole. **Results.** The article presents the development of optimization of transformer substitution schemes, which are convenient for theoretical analysis and in calculation practice. If the question arises – why the specified circuits are effective, then the next answer will follow – since they allow you to obtain the desired ratios of the circuits of the primary and secondary windings easier, faster and allow you not to distort such a parameter as accuracy. **Conclusions.** Moreover, the logical structure of these relations is so expressive in essence, that it is possible to correct known criteria, as well as the wording of new ones. Consequently, the schemes mentioned in this article will be of interest in production and design developments, as well as in the teaching and methodological plan.

**Keywords:** transformer, substitution scheme, efficiency factor

**For citation:** Bordyug A.S. Application of the theory of an active bipolar and a passive four-pole during development transformer replacement circuits. *Izmereniya. Monitoring. Upravlenie. Kontrol' = Measurements. Monitoring. Management. Control.* 2022;(2):46–52. (In Russ.). doi:10.21685/2307-5538-2022-2-6

### Введение

Схема замещения трансформатора позволяет отдельно рассчитывать цепи первичной и вторичных обмоток. В схему замещения трансформатора входят поля рассеивания магнитного потока. Вторичные цепи пересчитываются в первичную через коэффициенты трансформации.

### Цель исследования

Оптимизация – один из путей к достижению снижению затрат на производство конечного субъекта системы. В свое время изобретение трансформатора позволило преобразовывать величины электрической цепи для реализации различных проектов. С течением времени трансформаторы меняли свой конструкционный состав, состав материалов для повышения коэффициента полезного действия. В данной статье для повышения коэффициента полезного действия будут применяться схемы замещения трансформатора на основе теории активного двухполюсника и пассивного четырехполюсника.

### Материалы и методы исследования

Материалы для исследования в данной статье представляют собой научно-техническую литературу по таким дисциплинам, как теоретические основы электротехники и электрические машины и приводы. Методом исследования стал анализ источников по дисциплинам и аналитический расчет схем замещения трансформатора.

### Результаты исследования

Известная T-образная схема замещения трансформатора, приведенная на рис. 1, мало удобна для анализа из-за своей громоздкости. Ниже предложен ряд схем, обеспечивающих простоту и точность расчета токов, напряжений, КПД и других показателей работы трансформатора.

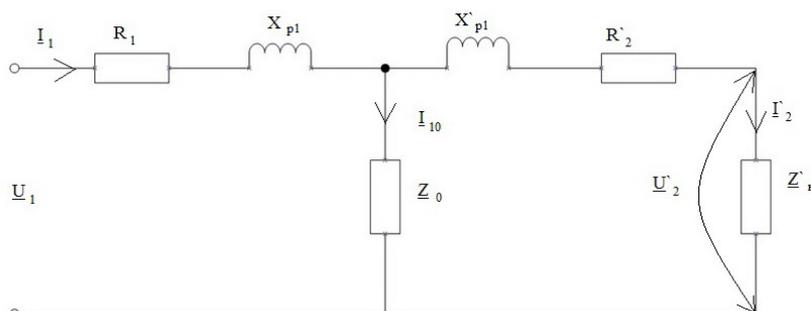


Рис. 1. T-образная схема замещения трансформатора

Первая из них (рис. 2,а) представляет собой обычную схему замещения активного двухполюсника, которая получается для него при обращении соединенных сопротивлений: входного  $Z_{\text{вх}} = R_{\text{вх}} + jX_{\text{вх}}$  и приведенного нагрузочного  $Z_{\text{н}} = R_{\text{н}} + jX_{\text{н}}$ , включенных на зажимы источника с напряжением  $U_{20}$  (где индекс 0 указывает на принадлежность  $U_{20}$  к режиму х.х.). Возможность использования этой схемы обосновывается тем, что трансформатор всегда можно рассматривать как пример типичного двухполюсника [1, 2]. Применим предложенную схему для определения внешней характеристики трансформатора, под которой понимается зависимость напряжения на нагрузке  $U_2$  в функции тока  $I_2$  или подобная ей зависимость  $U_2 = f(I_2)$ . Для вывода аналитического выражения последней воспользуемся векторной диаграммой, приведенной на рис. 2,б. Опустим из конца вектора  $U_{20}$  перпендикуляр на направление  $U_2$ . Тогда получим

$$U_2 = U_{20} \cos(\Psi_2 - \phi_2) - U_{\text{вх}} \cos(\phi_{\text{вх}} - \phi_2),$$

где

$$\Psi_2 = \arctg((X_{\text{вх}} + X_{\text{н}})/(R_{\text{вх}} + R_{\text{н}})); \phi_2 = \arctg(X_{\text{н}}/R_{\text{н}}); \phi_{\text{вх}} = \arctg(X_{\text{вх}}/R_{\text{вх}}).$$

В частном случае, когда  $\Psi_2 = \phi_2 = \phi_{\text{вх}}$  исследуемая характеристика примет вид

$$U_2 = U_{20} - z_{\text{вх}} I_2,$$

т.е. будет представлять собой уравнение прямой линии.

Если ввести относительные параметры  $\nu = U_2/U_{20}$  и  $\beta = I_2/I_{2\text{кз}}$ , то запись зависимости еще более упростится:

$$\nu = 1 - \beta.$$

Относительная форма удобна своей универсальностью. При ней внешняя характеристика трансформатора не зависит от его типового размера и может быть построена по двум точкам:  $\nu = 1$  при  $\beta = 0$  и  $\beta = 1$  при  $\nu = 0$  (рис. 2,в). Но в общем случае, когда  $\Psi_2 \neq \phi_2 \neq \phi_{\text{вх}}$ , внешнюю характеристику придется считать по соотношению

$$\nu = [1 - \beta(\cos(\phi_{\text{вх}} - \phi_2) / \cos(\Psi_2 - \phi_2))] \cos(\Psi_2 - \phi_2).$$

Здесь будет удобно ввести еще один относительный параметр

$$n = z_{\text{н}}/z_{\text{вх}};$$

тогда  $\beta$  и  $\Psi_2$  можно найти по формулам

$$\beta = 1 / \sqrt{n^2 + 1 + 2n \cos(\phi_{\text{вх}} - \phi_2)};$$

$$\Psi_2 = \arctg((n \sin \phi_2 + \sin \phi_{\text{вх}}) / (n \cos \phi_2 + \cos \phi_{\text{вх}})).$$

Семейство внешних характеристик трансформатора при различном характере нагрузки и изменении  $z_{\text{н}}$  от бесконечности до нуля приведено на рис. 2,в. Все они криволинейны, за исключением отмеченной выше прямой.

Более простую расчетную схему замещения (чем Т-образная) можно получить и для определения тока  $I_1$ . Отметим, что схема рис. 1 аналогична схеме замещения пассивного четырехполюсника, а потому для нее справедливы основные уравнения [2]:

$$\underline{U}_1 = A \underline{U}_2 + B \underline{I}_2;$$

$$\underline{I}_1 = C \underline{U}_2 + D \underline{I}_2,$$

где  $A, B, C, D$  – коэффициенты четырехполюсника, связанные соотношением  $AD - BC = 1$ .

Если из второго уравнения найти  $U_2$  и подставить в первое, то получим

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{10} + (\underline{I}_2/A).$$

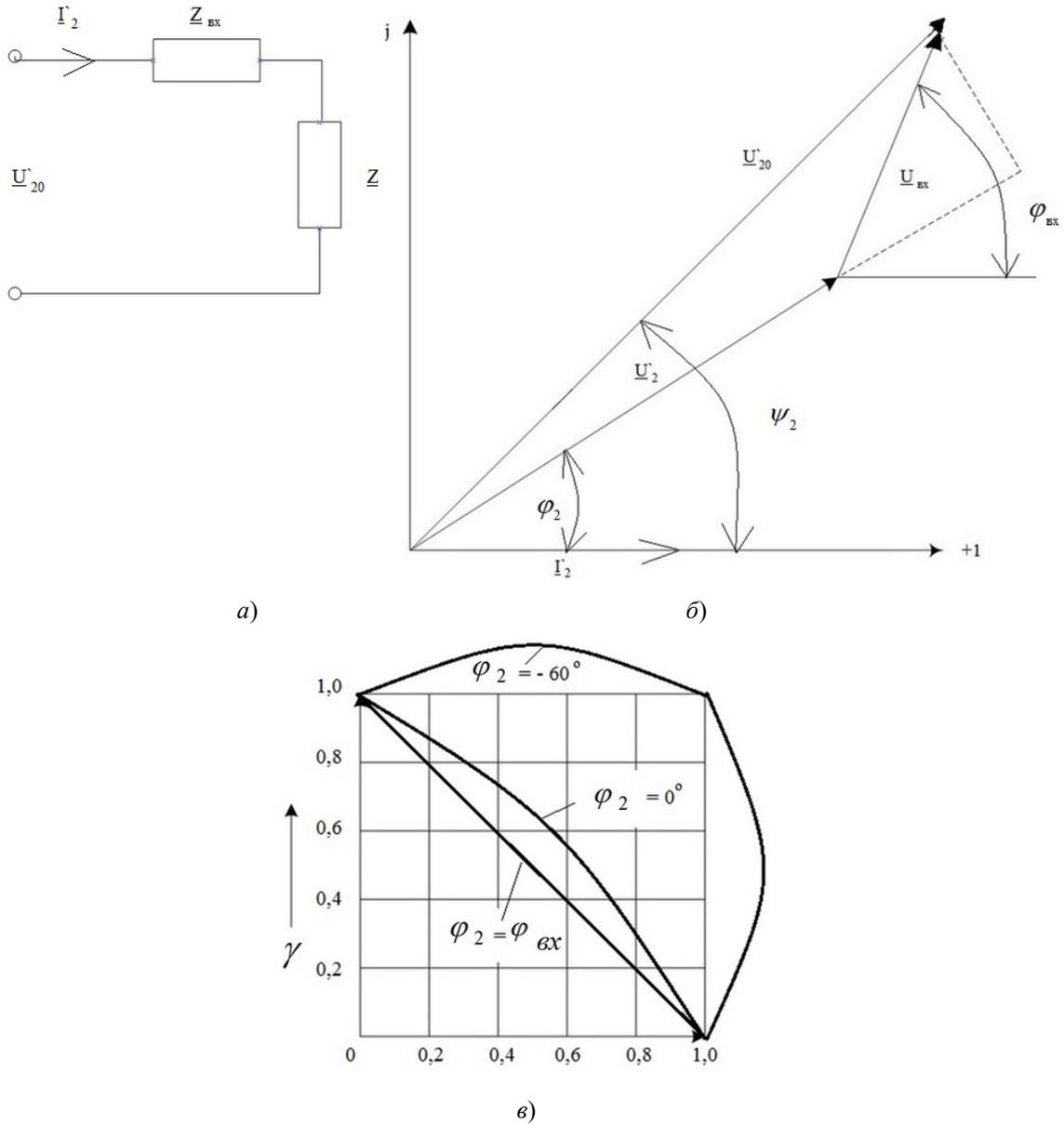


Рис. 2. Иллюстрации к определению внешней характеристики трансформатора

Этому уравнению соответствует схема, приведенная на рис. 3,а. В отличие от схемы рис. 2,а она имеет две ветви. По одной протекает ток холостого хода  $I_{10}$ , поэтому ее можно назвать ветвью холостого хода. Вторая же заслуживает названия рабочей. Она содержит увеличенные в  $A$  раз сопротивления  $z'_н$  и  $z_{вх}$ . Составляющие тока  $I_1$  рассчитываются по соотношениям

$$I_{10} = U_{20} / z_0 ; I_2 / A = U_{20} (1 / A(z_{вх} + z'_н)) .$$

И, наконец, предложим еще одну схему, пригодную для решения энергетических вопросов, в том числе и для определения КПД трансформатора. Очевидно, что записанное выше уравнение токов справедливо и для сопряженных комплексов, т.е. [1, 3, 4]:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{10} + (\dot{I}_2 / A) .$$

Если же это равенство умножить справа и слева на  $\underline{U}_1$ , то получим уравнение вида

$$\bar{S}_1 = \bar{S}_{10} + ((\underline{U}_1 \dot{I}_2) / A) ,$$

где  $\bar{S}_1$ ,  $\bar{S}_{10}$ ,  $(U_1 \dot{I}_2) / A$  – полные комплексные мощности соответственно: поступающая в трансформатор от источника питания, ветвях холостого хода и рабочей.

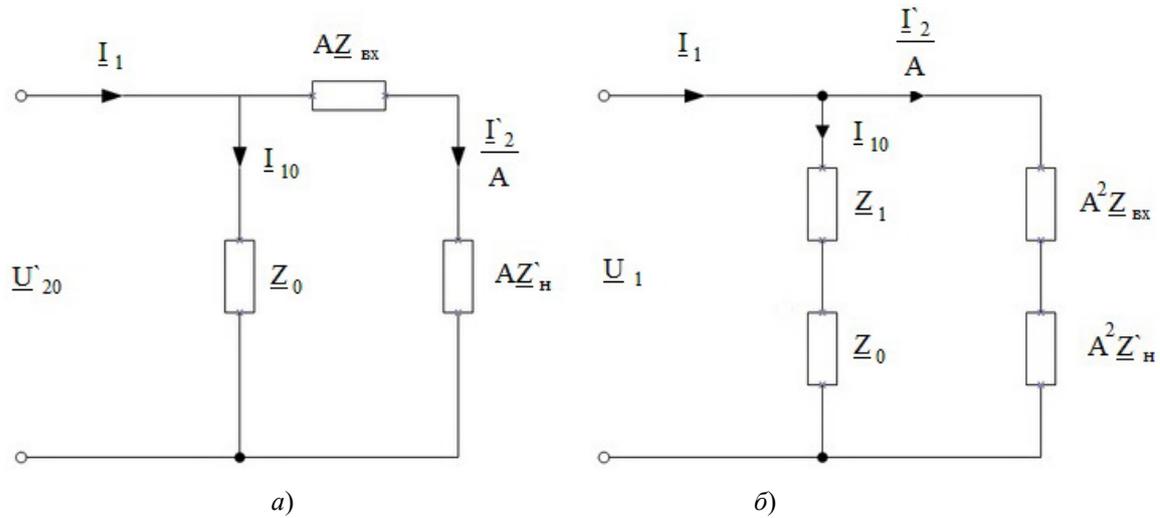


Рис. 3. Схемы замещения трансформатора:

*a* – для определения тока  $I_1$ ; *б* – для исследования энергетических показателей

Уравнению мощностей соответствует схема замещения, приведенная на рис. 3,б. Используя ее, можно решить вопрос о второй основной характеристике трансформатора, под которой понимается зависимость КПД  $\eta$  в функции тока нагрузки или относительно параметра  $\beta$  [2, 4].

Действительно, в соответствии с предложенной схемой уравнение КПД примет вид

$$\eta = U_2 I_2 \cos \phi_2 / (U_2 I_2 \cos \phi_2 + U_{\text{вх}} I_2 \cos \phi_{\text{вх}} + S_{10} \cos \phi_0).$$

Вновь рассмотрим частный случай, когда  $\phi_2 = \phi_{\text{вх}} = \phi_0$ , тогда формула КПД упростится:

$$\eta = ((U_{20} - z_{\text{вх}} I_2) I_2) / U_{20} I_2 + S_{10}.$$

Если же использовать относительные параметры  $\beta$  и  $\alpha = U_1 I_{10} / (U_{20} I_2 + S_{10})$ , то последнее уравнение переписется в форме

$$\eta = (\beta - \beta^2) / (\alpha - \beta).$$

Исследование его на экстремум даст значение  $\beta_{\text{опт}}$ , соответствующее максимуму КПД:

$$\beta_{\text{опт}} = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \alpha},$$

сама же величина максимального КПД будет равна

$$\eta_{\text{max}} = (\sqrt{1 + \alpha} - \sqrt{\alpha})^2.$$

Семейство зависимостей  $\eta = f(\beta)$ , при различных  $\alpha$ , приведено на рис. 4,а. Оно наглядно иллюстрирует, что по мере снижения  $\alpha$  увеличивается крутизна характеристики, растет величина  $\eta_{\text{max}}$  и снижается  $\beta_{\text{опт}}$ . Следовательно, в предельном случае при  $\alpha = 0$  характеристика КПД приобретает вертикально возрастающий фронт (при этом  $\beta_{\text{опт}} = 0$  и  $\eta_{\text{max}} = 1$ ) и далее при увеличении тока нагрузки будет меняться по линейному закону.

В свете изложенного, приводимая зависимость  $\eta = f(\beta)$  активного двухполюсника только в виде падающей прямой (рис. 4,б) является некорректным изображением характеристики КПД, поскольку ведет к неверному, с физической точки зрения, выводу, что максимальный КПД наблюдается в х.х. режиме. КПД всегда равен нулю, но он скачком будет воз-

растать до максимума при любой бесконечно малой нагрузке, если потери в ветви х.х. равны нулю.

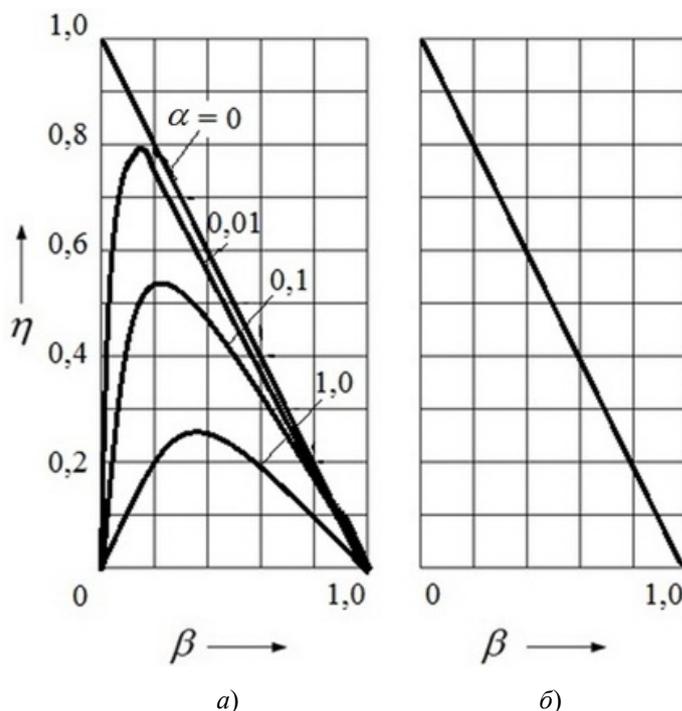


Рис. 4. Зависимости  $\eta = f(\beta)$

Поскольку у мощных силовых трансформаторов  $\alpha = 1$ ,  $\beta_{\text{опт}}$  можно определить по соотношению [4, 5]

$$\beta_{\text{опт}}^2 \cong \alpha,$$

которое без труда переписывается в виде  $z_{\text{вх}} I_2^2 = S_{10}$  или при оговоренных условиях равенства  $\phi_{\text{вх}}$  и  $\phi_0$ :  $R_1 I_2^2 = P_{10}$  (где  $P_{10}$  – активные потери в режиме х.х.). Отсюда следует вывод, что при  $\eta_{\text{max}}$  активные потери ветвей (рабочей и холостого хода) равны. Однако этот критерий не применим к микротрансформаторам, у которых  $\alpha$  лежит в пределах от 0,01 до 0,1, и потому диапазон значений  $\beta^2 / \alpha$ , соответственно, равен 0,9–0,23.

Выясним физическую суть сопротивления нагрузки, при котором КПД имеет максимальное значение. Для этого найдем  $\alpha$  и  $\beta_{\text{опт}}$  через коэффициенты четырехполюсника:

$$\alpha = BC ; \beta_{\text{опт}} = \sqrt{BC} (\sqrt{AD} - \sqrt{BC}).$$

Тогда искомое сопротивление определится соотношением

$$z_{\text{н}} = \sqrt{BD / AC},$$

т.е. будет равно характеристическому сопротивлению четырехполюсника, при котором модуль полной мощности проходит с входа на выход с минимальным искажением.

Разумеется, что в общем случае при различии аргументов  $\phi_2$ ,  $\phi_{\text{вх}}$  и  $\phi_0$  будут наблюдаться те или иные отличия от найденных показателей оптимального режима.

### Заключение

В итоге можно отметить, что предложенные схемы замещения трансформатора удобны при теоретическом анализе и в расчетной практике, поскольку позволяют получить искомые

соотношения проще, быстрее и не в ущерб точности. Причем логическая структура этих соотношений столь выразительна по своей сущности, что возможна коррекция известных критериев, а также формулировка новых. Следовательно, указанные схемы будут представлять интерес в производственно-конструкторских разработках, а также в учебно-методическом плане.

#### Список литературы

1. Костенко М. П., Пиотровский Л. М. Электрические машины. Л. : Энергия, 1972. 454 с.
2. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. М. : Высш. шк., 1978. 523 с.
3. Шумилов Р. Н., Толстова Ю. И., Бояршинова А. Н. Электрические машины : учебник. СПб. : Лань, 2016. 352 с.
4. Токарев Б. Ф. Электрические машины : учеб. пособие для вузов. М. : Альянс, 2015. 626 с.
5. Москаленко В. В., Кацман М. М. Электрические машины и приводы : учебник. М. : Academia, 2017. 24 с.

#### References

1. Kostenko M.P., Piotrovskiy L.M. *Elektricheskie mashiny = Electric machines*. Leningrad: Energiya, 1972:454. (In Russ.)
2. Bessonov L.A. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhnik = Theoretical foundations of electrical engineering*. Moscow: Vyssh. shk., 1978:523. (In Russ.)
3. Shumilov R.N., Tolstova Yu.I., Boyarshinova A.N. *Elektricheskie mashiny: uchebnik = Electric machines : textbook*. Saint Petersburg: Lan', 2016:352. (In Russ.)
4. Tokarev B.F. *Elektricheskie mashiny: ucheb. posobie dlya vuzov = Electric machines : textbook for universities*. Moscow: Al'yans, 2015:626. (In Russ.)
5. Moskalenko V.V., Katsman M.M. *Elektricheskie mashiny i privody: uchebnik = Electric machines and drives : textbook*. Moscow: Academia, 2017:24. (In Russ.)

#### Информация об авторах / Information about the authors

##### Александр Сергеевич Бордюг

кандидат технических наук,  
доцент кафедры электрооборудования судов  
и автоматизации производства,  
заместитель декана морского факультета,  
Керченский государственный  
морской технологический университет,  
(Россия, г. Керчь, ул. Орджоникидзе, 123)  
E-mail: alexander.bordyug@mail.ru

##### Aleksandr S. Bordyug

Candidate of technical sciences,  
associate professor of the sub-department  
of electrical equipment of ships  
and automation of production,  
deputy dean of the faculty of marine,  
Kerch State Marine Technological University  
(123 Ordzhonikidze street, Kerch, Russia)

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов /  
The authors declare no conflicts of interests.**

**Поступила в редакцию/Received 20.12.2021**

**Поступила после рецензирования/Revised 21.01.2022**

**Принята к публикации/Accepted 20.02.2022**