

УДК 621.317

А. В. Пушкарева, М. Г. Мясникова, Б. В. Цытин, А. С. Ластурин

МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ, СЖАТИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАННЫХ

А н н о т а ц и я. Рассматриваются возможности применения метода Прони в задачах сжатия и восстановления данных. Приводятся результаты моделирования метода. Оцениваются погрешности восстановления сигнала. Формулируются требования к выбору оптимальных параметров регистрации и обработки сигнала.

A b s t r a c t. Possibilities of an application of the Proni method in tasks of a data compression and restoration are considered in the article. The results of method modeling are given. Restoration errors of signals are estimated. Requirements to the choice of optimal registration parameters and processing of a signal are formulated.

К л ю ч е в ы е с л о в а: метод Прони, аппроксимация, математическое моделирование, влияющие факторы, погрешность восстановления.

К e y w o r d s: the Proni method, approximation, the mathematical modeling, influencing factors, restoration error

В настоящее время применение параметрических методов для решения широкого круга задач, позволяющих всесторонне анализировать принимаемый сигнал, крайне перспективно. На основе аналитического представления сигнала возможны измерение параметров инерционных и колебательных составляющих, описывающих процесс, а также выделение информативных составляющих.

Наиболее приспособленным к решению задачи оценивания параметров колебаний является метод Прони [1]. Суть метода состоит в моделировании выборочных данных в виде линейной комбинации экспоненциальных функций, т.е. аппроксимирующая функция принимает следующую форму:

$$y_i = \sum_{j=1}^p U_j e^{\alpha_j |\Delta t|} e^{j(2\pi f_j \Delta t + \phi_j)} = \sum_{j=1}^p b_j z_j^i, \quad (1)$$

где $b_j = U_j e^{j\phi_j}$; $z_j = e^{(\alpha_j + j2\pi f_j)\Delta t}$.

В основе метода лежат оценивание коэффициентов авторегрессии (АР) с применением метода наименьших квадратов (МНК) для решения системы из $(N-p)$ -уравнений с p неизвестными (N – количество дискретных отсчетов сигнала, p – порядок модели), решение характеристического уравнения, определение по корням собственных частот и затуханий и, наконец, по известным корням определение амплитуд и фаз гармонических составляющих.

Главное достоинство этого алгоритма состоит в том, что удалось нелинейную задачу оценивания параметров амплитуды A , частоты f , затухания α и фазы ϕ полигармонического сигнала свести к двум линейным задачам:

– оценивание параметров a из АР-уравнения:

$$y_i = -\sum_{k=1}^p a_k y_{i-k}; \quad (2)$$

– оценивание b из уравнения (1).

Нелинейная часть задачи перенесена на решение степенного уравнения с корнями z_1 и z_2 :

$$z^p + a_1 z^{p-1} + a_2 = 0. \quad (3)$$

При $N = 2p$ процедура Прони точно согласует экспоненциальную кривую, содержащую p членов, с результатами измерений, при $N > 2p$ речь идет об аппроксимации. Учитывая то, что в этой процедуре заложена возможность на промежуточных этапах по корням уравнений (1) и (3) получить значения параметров сигнала, метод Прони, обычно описываемый в литературе как метод спектрального оценивания, можно использовать в качестве метода измерения.

Погрешности определения параметров зависят от соотношения n между периодом сигнала и временем измерения, общего числа измерений N , порядка модели аппроксимации p и разрядности АЦП d .

Моделирование метода измерения с помощью системы MatLab 7.0 позволяет оценить погрешности измерения, аппроксимации и восстановления данных и сформулировать некоторые рекомендации по их уменьшению [2].

Так как при хранении информации о сигнале в виде коэффициентов регрессии либо параметров колебательных и инерционных составляющих сигнала восстановление сигнала осуществляется на основе аппроксимации с использованием указанных параметров, за погрешность восстановления можно принять среднеквадратическое отклонение регистрируемых показаний исходного ряда от аппроксимирующей кривой, отнесенное к максимальному значению (пределу измерения) сигнала:

$$\sigma_{\text{восст}} = \frac{\sqrt{\sum_i (y_i - \xi_i)^2}}{Ny_{\text{max}}} \cdot 100\%, \quad (4)$$

где ξ_i – значения регистрируемых показаний после аппроксимации. Поэтому для оценивания максимальной погрешности восстановления будем исследовать аппроксимацию сигнала.

При проведении моделирования формируется сигнал с тремя некротными гармоническими компонентами и наложенным на них белым шумом. Не целесообразно брать большее количество компонент, так как это приведет к значительному завышению порядка (компоненты взяты некротными для демонстрации преимущества метода Прони перед методом Фурье). Этот сигнал описывается моделью

$$u_i = \sum_{m=1}^p U_m \cos(2\pi i \Delta t f_m + \phi_m) + \xi_i \frac{1}{q}, \quad i = 1 \dots N, \quad (5)$$

где U_m , f_m , ϕ_m – амплитуда, частота и фаза m -той гармоники сигнала соответственно; i – номер отсчета сигнала (дискретное время); ξ_i – значения аддитивного белого шума с нулевым матожиданием и дисперсией $\sigma_{\text{ш}} = 0,1$ в моменты отсчетов (значения взяты для обеспечения достаточно низкой погрешности); q – отношение сигнал/шум; N – количество зарегистрированных дискретных отсчетов; Δt – шаг дискретизации, согласно теореме Котельникова определяемый соотношением

$$\Delta t = n / (Nf_{\text{max}}), \quad (6)$$

где f_{max} – максимальная частота; n – число периодов за время измерения.

Для моделирования квантования, обусловленного наличием АЦП, модель (5) дополняется следующим образом:

$$\tilde{u}_i = \frac{\text{round}\{2^d [u_i]\}}{2^d}, \quad (7)$$

где d – количество разрядов АЦП с двоичным шагом квантования; $\text{round}\{x\}$ – ближайшее целое числа x в скобках.

Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль

Оценивание шума – отношение эффективного значения шума к СКО сигнала. Параметры сигнала следующие: $N = 150$, $p = 12$, $d = 12$, $n = 12$, $q = 100$, где N – число отсчетов; p – порядок аппроксимирующей модели; d – разрядность АЦП; n – число периодов сигнала; q – отношение сигнал/шум.

Исследование влияния порядка аппроксимирующего полинома на погрешность восстановления проводится согласно алгоритму, представленному на рис. 1.

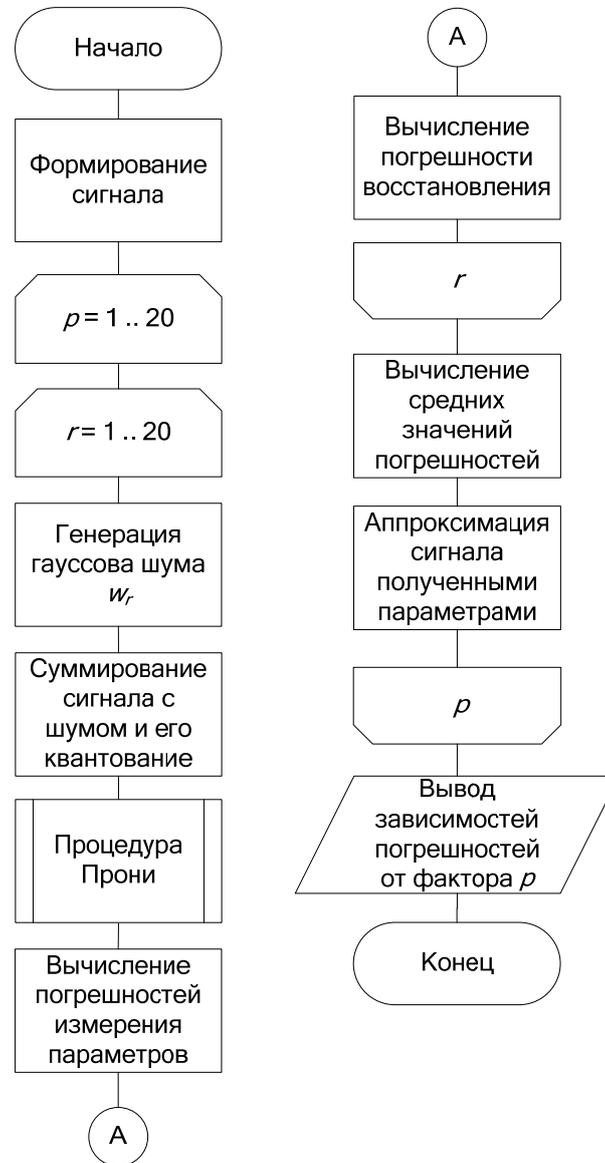


Рис. 1. Алгоритм исследования влияния порядка модели p на погрешность измерения параметров и восстановления сигнала

На первом этапе задаются все общие параметры, которые не будут изменяться. К ним относятся число отсчетов, число периодов исследуемого сигнала за время измерения, отношение сигнал/шум, разрядность АЦП. Далее формируется сигнал, определяемый параметрами трех составляющих: частотами, амплитудами и начальными фазами. При этом частоты колебаний задаются некратными интервалу измерений. Например, $\sqrt{2}$, $0,7\sqrt{2}$ и $1,4\sqrt{2}$. В результате обработки сформированного сигнала получают его параметры, по которым строится аппроксимация.

Аппроксимация данных, полученная при 6-м порядке, показана точками на рис. 2 на фоне исходного незашумленного и неквантованного сигнала. Точность описания недостаточная, хотя погрешность восстановления, как видно из графика, представленного на рис. 4, при этом значении параметра составляет 1,5%. Аппроксимация моделью 12-го порядка, представленная на рис. 3, полностью повторяет исходный сигнал.

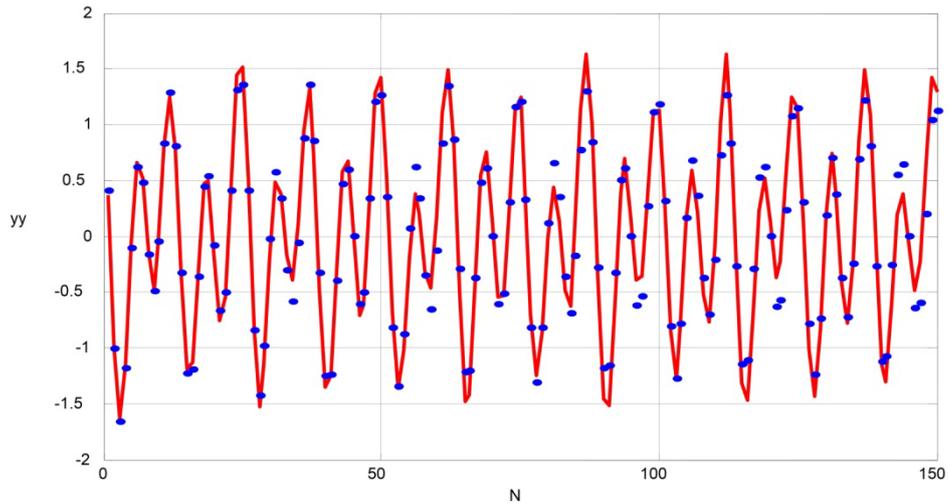


Рис. 2. Аппроксимация данных моделью 6-го порядка

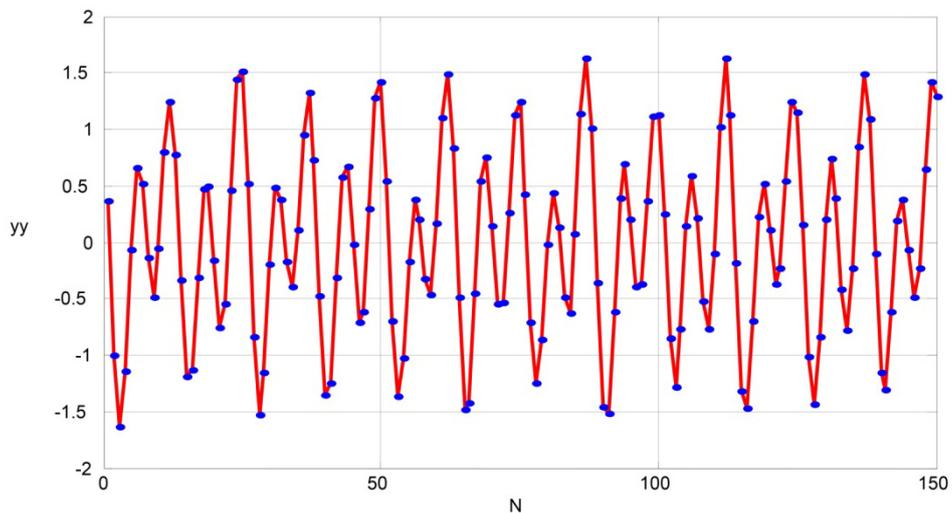


Рис. 3. Аппроксимация данных моделью 12-го порядка

Зависимость погрешности восстановления сигнала от порядка АР-модели, представленная на рис. 4, показывает, что погрешность среднеквадратического отклонения сигнала от модели может составлять всего 0,005 % при аппроксимации 10–20 порядком.

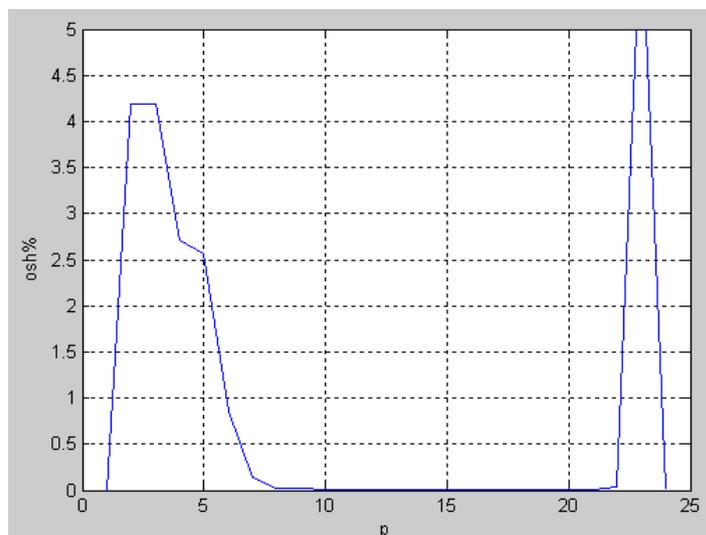


Рис. 4. График зависимости погрешности восстановления сигнала от порядка модели

Аналогичным образом были проанализированы остальные параметры сигнала. Предварительные исследования позволили сделать вывод о том, что основными параметрами, влияющими на погрешность измерения, являются число отсчетов N и порядок модели аппроксимации p . Расширить диапазон нижних частот можно либо увеличением порядка модели, либо увеличением шага дискретизации (путем децимации (прореживания) исходного ряда данных) [3]. При проведении измерений в присутствии шума с отношением сигнал/шум больше 50 необходимо обработать моделью 10–12 порядка $N = 100 \dots 1000$ дискретных отсчетов сигнала. При проведении измерений в присутствии более сильных шумов с отношением сигнал/шум меньше 50 необходимо:

- обработать моделью 12–16 порядка $N = 300 \dots 1500$ дискретных отсчетов сигнала;
- либо выполнить прореживание исходного временного ряда с коэффициентом децимации, равным 2 (отбросить каждый второй отсчет сигнала).

При проведении измерений на основе алгоритма обработки завышенным порядком модели в качестве результатов измерения принимаются параметры трех наиболее мощных частотных составляющих.

Погрешности измерения параметров амплитуд, частот, фаз и затуханий определяют погрешность восстановления сигнала, которая при указанных значениях влияющих параметров не превышает 0,5 %, а при определенных их значениях может быть 0,02 % и менее [4].

Разработаны варианты хранения информации, предусматривающие хранение 12 значений параметров трех информативных составляющих, по которым происходит полное восстановление сигнала с обеспечением коэффициента сжатия $N/12$. Так, в случае обработки 1200 отсчетов коэффициент сжатия составит 100 при погрешности восстановления около 0,3 %. При обработке большего объема данных коэффициент сжатия достигает 1000 и более.

Более удобный формат хранения с точки зрения простоты обработки на приемной стороне обеспечивает меньший (в два раза) коэффициент сжатия, однако позволяет обеспечить более точное восстановление информации (погрешность восстановления может достигать 0,02 %). Применение такого формата предусматривает передачу только коэффициентов регрессии с последующим вычислением параметров сигнала на приемной стороне.

Восстановление сигнала, зашумленного гауссовым шумом с отношением сигнал/шум не менее 100, с погрешностью 0,01 % возможно при соблюдении следующих условий: использование АЦП с количеством разрядов 12 и более, обработка как минимум $4p$ отсчетов, с учетом завышенного порядка, вдвое большего предполагаемого. Например, такое значение погрешности восстановления можно получить при $N = 100$, $p = 12$, $d = 12$, с учетом того, что зарегистрировано по крайней мере 10 периодов наибольшей частоты, входящей в состав измеряемого сигнала. При более мягких условиях регистрации в большинстве случаев можно восстановить сигнал с точностью 0,1 %.

Список литературы

1. Кей, С. М. Современные методы спектрального анализа: Обзор / С. М. Кей, С. Л. Марпл-мл. // ТИИЭР. – 1981. – № 11.
2. Мясникова, М. Г. Оценивание погрешности метода Прони в измерительных задачах / М. Г. Мясникова, Е. О. Самсонкина, М. О. Самсонкина // Современные проблемы оптимизации в инженерных приложениях : сб. тр. Первой Междунар. науч.-техн. конф. – Ярославль, 2005.
3. Цыпин, Б. В. Измерение параметров гармонического сигнала в шумах / М. Г. Мясникова, Б. В. Цыпин, В. В. Козлов // Информационно-измерительная техника : тр. ун-та. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2006. – Вып. 30.
4. Мясникова, М. Г. Применение методов цифрового спектрального оценивания в задаче измерения параметров сигнала / М. Г. Мясникова, В. В. Козлов // Измерительная техника. – 2010. – № 10.

Пушкарева Анастасия Валерьевна
аспирант,
Пензенский государственный университет
E-mail: august.89@yandex.ru

Pushkareva Anastasiya Valer'evna
postgraduate student,
Penza State University

Мясникова Мария Геннадьевна

кандидат технических наук, доцент,
кафедра информационно-измерительной техники,
Пензенский государственный университет
E-mail: urchin_blue@mail.ru

Myasnikova Mariya Gennad'evna

candidate of technical sciences, associate professor,
sub-department of information and measuring
technique,
Penza State University

Цыпин Борис Вульфович

доктор технических наук, профессор,
кафедра информационно-измерительной техники,
Пензенский государственный университет
E-mail: cypin@yandex.ru

Tsypin Boris Vul'fovich

doctor of technical sciences, professor,
sub-department of information and measuring
technique,
Penza State University

Ластурина Анастасия Сергеевна

студентка,
Пензенский государственный университет

Lasturina Anastasiya Sergeevna

student,
Penza State University

УДК 621.317

Пушкарева, А. В.

Методика обработки, сжатия и восстановления данных / А. В. Пушкарева, М. Г. Мясникова, Б. В. Цыпин, А. С. Ластурина // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2012. – № 1. – С. 20–25.