ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

INFORMATION-MEASURING AND CONTROL SYSTEMS

УДК 681.586
doi:10.21685/2307-5538-2021-4-1

ОСОБЕННОСТИ СИНТЕЗА ОБРАТНОГО ОПЕРАТОРА СТАТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРНО-ИЗБЫТОЧНОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Г. И. Козырев[1], В. Д. Усиков[2]

[1, 2] Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия
[1, 2] vka@mil.ru

Аннотация. *Актуальность и цели*. Актуальность темы работы обусловлена необходимостью нахождения точной оценки обратной функции преобразования адаптивных и интеллектуальных средств измерений в процессе их калибровки и проведения измерений. Целью работы является рассмотрение особенностей синтеза обратного оператора статической структурно-избыточной измерительной системы (СИИС) при проведении предварительных метрологических испытаний (МИ) СИИС с заданной точностью при воздействии на измерительную систему различного рода дестабилизирующих факторов. *Материалы и методы*. Рассмотрены необходимые и достаточные условия синтеза обратного оператора статической СИИС в явном виде. *Результаты*. Показано, что синтез обратного оператора статической СИИС с заданной точностью в процессе предварительных МИ является квазиоптимальной процедурой по сравнению с синтезом прямого оператора из-за неопределенности и «нестандартности» области его определения. Предложена квазиоптимальная процедура идентификации обратного оператора СИИС, позволяющая с помощью предварительного расчета введенного коэффициента квазиоптимальности для конкретного типа измерительных систем (ИС) решить задачу минимизации затрат на МИ при построении обратного оператора статической СИИС с заданной точностью и в полной мере использовать методы теории оптимального эксперимента. *Выводы*. Учет квазиоптимальности процедуры синтеза обратного оператора СИИС с помощью введенного коэффициента позволяет для конкретного типа ИС выбрать достаточно эффективную процедуру идентификации в смысле минимизации максимальной или средней дисперсии оценки измеряемой величины (критериев *G*- или *Q*-оптимальности), а также планировать МИ в «стандартной» области в виде *n*-мерного гиперкуба.

Ключевые слова: обратный оператор, структурная избыточность, инвариантность, дестабилизирующие факторы, квазиоптимальность

Для цитирования: Козырев Г. И., Усиков В. Д. Особенности синтеза обратного оператора статической структурно-избыточной измерительной системы // Измерения. Мониторинг. Управление. Контроль. 2021. № 4. С. 5–12. doi:10.21685/2307-5538-2021-4-1

FEATURES OF SYNTHESIS OF REVERSE OPERATOR OF STATIC STRUCTURALLY REDUNDANT MEASURING SYSTEM

G.I. Kozyrev[1], V.D. Usikov[2]

[1, 2] Military Space Academy named after A. F. Mozhaisky, St. Petersburg, Russia
[1, 2] vka@mil.ru

Abstract. *Background*. The relevance of the topic of work is due to the need to find an accurate assessment of the inverse function of converting adaptive and intelligent measuring instruments during their calibration and measurement. The purpose of the work is to consider the characteristics of the synthesis of the reverse operator of the static structural excess measuring system when conducting preliminary metrological tests with a given accuracy when exposing the measuring system to various kinds of destabilizing factors. *Materials and methods.* The necessary and sufficient conditions of synthesis of the inverse operator of the static structure-redundant measuring system in explicit form are considered. *Results*. It is shown that the synthesis of the inverse operator of the static structure-redundant measuring system with a given accuracy in the process of preliminary metrological tests is a quasi-optimal procedure compared to the synthesis of the direct operator due to uncertainty and «non-standard» area of its definition. A quasi-optimal procedure for identifying the inverse operator of a structurally redundant measurement system is proposed, which allows, using a preliminary calculation of the introduced quasi-optimal coefficient for a particular type of measurement system, to solve the problem of minimizing the costs of metrological tests when constructing the inverse operator of a static structurally redundant measurement system with a given accuracy and fully use methods of optimal experiment theory. Conclusions. Taking into account the quasi-optimality of the procedure for synthesizing the inverse operator of a structurally redundant measuring system using the introduced coefficient allows for a specific type of measuring system to choose a sufficiently effective identification procedure in the sense of minimizing the maximum or average variance of the estimate of the measured value (*G*- or *Q*-optimality criteria), as well as to plan metrological tests in the «standard» area in the form of an *n*-dimensional hypercube.

Keywords: inverse operator, structural redundancy, invariance, destabilizing factors, quasi-optimality

For citation: Kozyrev G.I., Usikov V.D. Features of synthesis of reverse operator of static structurally redundant measuring system. *Izmereniya. Monitoring. Upravlenie. Kontrol' = Measurements. Monitoring. Management. Control.* 2021;(4):5–12. (In Russ.). doi:10.21685/2307-5538-2021-4-1

Введение

Как показывает практика, одними из основных факторов, затрудняющих принятие достоверных диагностических решений и, следовательно, выработку управляющих воздействий, являются систематические погрешности измерительных трактов, имеющие, как правило, спектр более низкий, нежели спектр входного сигнала, или совпадающий с ним.

Одной из важнейших причин возникновения систематических погрешностей измерительных трактов является влияние различного рода дестабилизирующих факторов (ДФ), которые в наибольшей степени воздействуют на первичные элементы измерительной системы (ИС) – измерительные преобразователи или датчики. Влияние ДФ приводит со временем к появлению скрытых (метрологических) отказов, проявляющихся в постепенном ухудшении точностных характеристик ИС выходящих в ряде случаев за пределы допустимых значений. Это, в свою очередь, влечет за собой получение неправильных результатов измерений и в зависимости от места применения ИС, может привести к непредсказуемым последствиям.

Известны два пути обеспечения требуемых точностных характеристик ИС при воздействии на них в процессе эксплуатации различного рода ДФ [1]:

1) конструктивно-технологический, связанный с применением более стабильных материалов, совершенствованием конструкций и технологий изготовления, экранированием, термостатированием и т.п.;

2) структурный, основанный на совершенствовании структуры ИС.

В структурных схемах ИС при более глубоком рассмотрении можно установить наличие двух и более каналов (пространственных или временных) передачи возмущений или ДФ в ИС. Наличие дополнительных каналов в ИС для компенсации ДФ позволяет подойти к их синтезу и анализу с позиций теории инвариантности, развитой применительно к системам автоматического управления и регулирования. Критерий абсолютной инвариантности ИС относительно действующего на нее ДФ можно сформулировать следующим образом: необходимым (но не достаточным) условием реализации абсолютно инвариантной системы является наличие в схеме ИС по меньшей мере двух каналов передачи возмущающего воздействия между точкой его приложения и точкой, относительно которой достигается инвариантность, – принцип многоканальности или принцип двухканальности Б. Н. Петрова [2]. Достаточные же условия физической реализуемости связаны с фактической выполнимостью требований абсолютной инвариантности с помощью устройств, состоящих только из физически реализуемых звеньев.

Процедура получения результата измерения с помощью ИС предполагает проведение двух основных последовательных преобразований: прямого $F: x(t) \to y(t)$, в ходе которого система F отображает входной сигнал $x(t)$ в промежуточный результат $y(t)$, и обратного $G: y(t) \to \hat{x}(t)$, называемого восстановлением сигнала.

Преобразование F носит физический характер G, как правило, чисто вычислительный.

Очевидно, что как при проведении измерений в процессе эксплуатации ИС, так и в процессе калибровки ИС основной проблемой является как можно более точное определение обратного оператора ИС [3] с учетом воздействия совокупности ДФ.

Задачей данной статьи является рассмотрение особенностей синтеза обратного оператора статической структурно-избыточной ИС (СИИС) при проведении предварительных метрологических испытаний (МИ) СИИС и дальнейшего процесса измерений с заданной точностью при воздействии на ИС различного рода ДФ.

Предварительные замечания

Согласно принципу многоканальности для синтеза ИС, инвариантной относительно $(n-1)$ ДФ, необходимо создание не менее $(n-1)$ дополнительных каналов их передачи в рамках единой структуры ИС. В этом случае прямой оператор, описывающий статическую структурно-избыточную ИС, можно представить в виде

$$Y_{<n>} = F_{<n>}(X_{<n>}), \tag{1}$$

где $Y^T_{<n>} = < y_1, ..., y_n >$ – n-мерный вектор выходных сигналов СИИС; $F^T_{<n>} = < f_1, ..., f_n >$ – n-мерный вектор нелинейных в общем случае функций, описывающих отдельные измерительные каналы СИИС; $X^T_{<n>} = < x_1, ..., x_n >$ – n-мерный вектор входных воздействий, причем x_1 представляет собой измеряемое воздействие, $x_2, ..., x_n$ – возмущения или ДФ; T – знак транспонирования.

Как показано в работе [2], необходимым условием для достижения абсолютной инвариантности ИС относительно $(n-1)$ ДФ является неравенство нулю функционального определителя системы (1)

$$\frac{\partial(y_1, ..., y_n)}{\partial(x_1, ..., x_n)} \neq 0. \tag{2}$$

Выражение (2) требует наличия асимметрии в измерительных каналах СИИС.

Достаточные же условия физической реализуемости связаны с фактической выполнимостью требований инвариантности с помощью устройств, состоящих только из физически реализуемых звеньев. Для статических ИС указанные требования заключаются лишь в возможности реализации того или иного функционального преобразования $f_i(X_{<n>})$.

Потребителя, который имеет в своем распоряжении только вектор выходных измеряемых величин $Y_{<n>}$, в конечном итоге интересует оценка вектора входных воздействий во всей области изменения вектора выхода $Y \in \Omega_y$, т.е. обратный оператор СИИС

$$X_{<n>} = G_{<n>}(Y_{<n>}), \tag{3}$$

где $G^T_{<n>} = < g_1, ..., g_n >$ – n-мерный вектор нелинейных в общем случае функций либо

$$x_1 = g_1(y_1, ..., y_2), \tag{4}$$

если требуется информация только об основном измеряемом воздействии.

Получить выражения (3) или (4) в явном виде для оценки входных воздействий, если прямой оператор СИИС (1) представляет собой систему нелинейных уравнений, в общем случае не удается, так как не существует прямых методов решения систем нелинейных уравнений и применяются итерационные методы с известной проблемой начального приближения и громоздкостью вычислений [4]. Поэтому построение обратного оператора СИИС в области Ω_Y

для частных случаев системы (1), если выражения (3) или (4) представляют собой простые зависимости, например в виде полиномов, позволяют резко сократить вычислительные затраты по получению оценок входных воздействий с заданной точностью, но при этом накладывают специфические особенности:

а) на синтез многоканальных измерителей;

б) на методику проведения МИ СИИС и алгоритм обработки экспериментальных данных в процессе идентификации СИИС.

Рассмотрим эти особенности подробнее.

Условия синтеза обратного оператора статической СИИС в явном виде

Для того, чтобы построить обратный оператор СИИС в явном виде, необходимо, чтобы ее прямой оператор F представлял собой биекцию, т.е. являлся взаимно-однозначным отображением $F: X \rightarrow Y$ [5].

Применительно к выражению (1) это означает, что синтез СИИС должен производиться таким образом, чтобы система нелинейных уравнений, с помощью которой описывается ее прямой оператор F, имела только одно решение во всей области изменения вектора входных переменных $X \in \Omega_X$.

Первым необходимым условием при этом является неравенство (2).

Вторым условием осуществления построения обратного оператора СИИС в явном виде является отсутствие более одного решения системы (1) в области Ω_X . Учитывая, что функции преобразования реальных статических ИС хорошо описываются плавными дифференцируемыми функциями, для проверки биективности оператора F в области Ω_X с вычислительной точки зрения удобно воспользоваться условиями единственности решения системы нелинейных уравнений (1) методом Ньютона или итераций [6].

Для повышения точности оценки вектора входных переменных X необходимо стремиться к максимуму якобиана системы (1) в точке ее решения X^*. С геометрической точки зрения это означает, что угол пересечения эквипотенциальных кривых $y_i = \text{const}, (i = \overline{1, n})$ в точке $X^* \in \Omega_X$ должен быть близок к 90°. Для двухканальной СИИС подобный случай изображен на рис. 1, где $\Omega_X = [x_{1\min} \div x_{1\max}; x_{2\min} \div x_{2\max}]$.

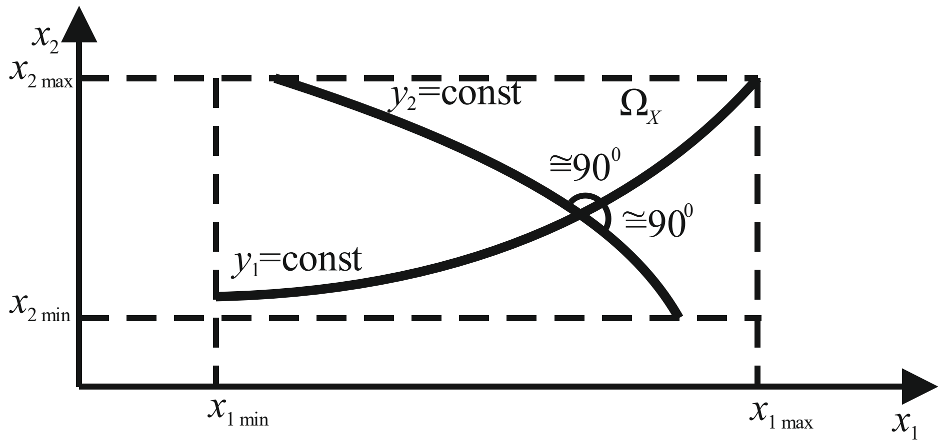

Рис. 1. Эквипотенциальные кривые выходных сигналов СИИС с максимальной асимметрией измерительных каналов

Если в процессе синтеза СИИС не удалось достигнуть биективности оператора F во всей области Ω_X , то целесообразно выделить подобласти $\Omega_{X'} \subset \Omega_X$, где сохраняется взаимооднозначность и возможно построение обратного оператора, либо просто сузить область определения F (рис. 2).

Здесь $\Omega_{X'} = [x_{1\min} \div x_{1\max}; x_{2\min} \div x'_{2\max}]$.

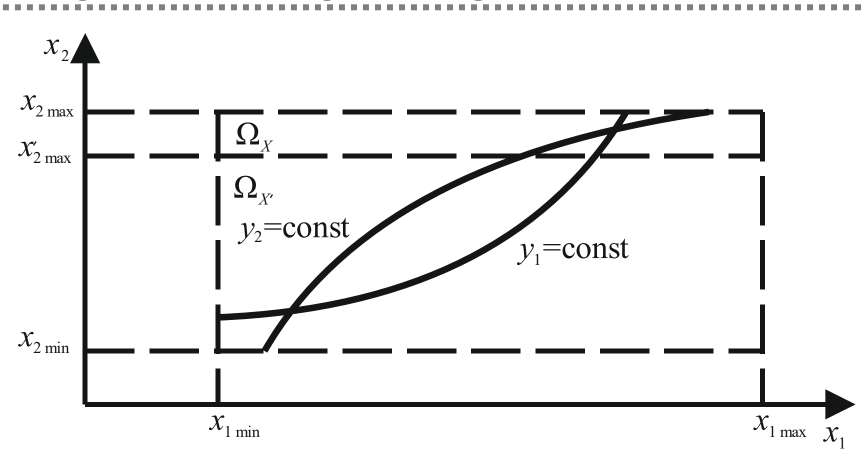

Рис. 2. Сужение области определения прямого оператора СИИС для достижения однозначного решения

Особенности проведения МИ и обработки экспериментальных данных при идентификации СИИС с заданной точностью

Отличительным признаком оценивания прямого F и обратного G операторов СИИС в процессе идентификации являются различия в области их определения.

Областью определения прямого оператора СИИС является пространство Ω_X вектора входных независимых переменных X, которое известно или задано и обычно представляется при нормированных x_i в виде n-мерного гиперкуба $-1 \le x_{i\text{н}} \le 1$, где

$$x_{i\text{н}} = \frac{x_i - (x_{i\max} + x_{i\min})/2}{(x_{i\max} - x_{i\min})/2}, \quad i = \overline{1,n}. \tag{5}$$

С точки зрения теории планирования эксперимента пространство Ω_X является стандартным, для которого разработаны эффективные процедуры активной идентификации [7].

Обратный же оператор G ИС определен в пространстве Ω_Y выходных зависимых величин Y, которое зачастую априори неизвестно и не может выступать в качестве области планирования МИ. К тому же из-за нелинейности прямого оператора F пространство Ω_X является «нестандартным», т.е. его нельзя представить в виде n-мерного гиперкуба.

Указанные обстоятельства значительно затрудняют процесс нахождения обратного оператора ИС. В общем случае построить инверсную модель ИС оптимальным образом в смысле минимизации затрат при заданной точности или максимизации точности идентификации при заданных затратах даже при известном виде оператора G, но неизвестной области его определения невозможно. Поэтому в дальнейшем речь пойдет о квазиоптимальной процедуре проведения МИ в процессе синтеза обратного оператора СИИС.

Учитывая малую нелинейность оператора F для реальных ИС, процесс МИ планируется оптимальным образом в смысле выбранного критерия в пространстве Ω_X для обратного оператора заданной сложности. Результаты МИ при нахождении оценки обратного оператора G, определенного на Ω_Y, обрабатываются с помощью известных методов, применяемых при пассивном эксперименте [8]. Оценка обратного оператора является в этом случае приближением в метрике L_2 n-мерного пространства Ω_Y к экспериментальным данным, полученным в процессе МИ. Замена априорно неизвестной «нестандартной» области Ω_Y планирования МИ на стандартную область Ω_X при нахождении инверсной модели СИИС отражает квазиоптимальность предложенной процедуры, что можно выразить через коэффициент квазиоптимальности K.

Представим обратный оператор $G_{<n>}$ СИИС в параметрическом виде

$$X_{<n>} = G_{<n>}(Y_{<n>}) = \text{B}^T_{[n,p]} R_{<p>}(Y_{<n>}), \tag{6}$$

где $\text{B}^T_{[n,p]}$ – транспонированная матрица оцениваемых параметров, соответствующая n измерительным каналам СИИС; $R_{<p>}(Y_{<n>})$ – вектор известных базисных функций, которые с учетом плавности и монотонности статических характеристик СИИС имеют, как правило, полиномиальный вид.

Тогда при оценивании матрицы $B_{[n,p]}$ по методу наименьших квадратов (МНК) дисперсия оценки воздействия x по модели (6) будет равна [9]

$$\sigma^2_{\hat{x}}(Y) = \frac{1}{K(Y)} R^T(Y)U(B)R(Y), \tag{7}$$

где $U(B)$ – дисперсионно-ковариационная матрица МНК – оценок вектора-столбца $B_{[p,1]} = B_{[p]}$ для полезного воздействия $x = x_1$; $K(Y) \le 1$ – коэффициент квазиоптимальности, который рассчитывается для конкретного типа ИС по результатам МИ одной или нескольких ИС данного типа.

Как видно из формулы (7), величина $\sigma^2_{\hat{x}}(Y)$ зависит от значений вектора $Y_{<n>}$. Для того, чтобы избежать подобного влияния, в качестве показателей точности инверсной модели ИС выберем максимальную $\sigma^2_{\hat{x}^{\max}}$ или среднюю $\sigma^2_{\hat{x}^{cp}}$ дисперсии оценки величины x по модели (6):

$$\sigma^2_{\hat{x}^{\max}} = \max \sigma^2_{\hat{x}}(Y) = (1/K_{\max})\sigma^2_{\hat{y}^{\max}}, \tag{8}$$

$$\sigma^2_{\hat{x}^{\text{cp}}} = \frac{1}{V_{\Omega_Y}} \int\limits_{\Omega_Y} \sigma^2_{\hat{x}}(Y)dY = (1/K_{cp})\sigma^2_{\hat{y}^{\text{cp}}}, \tag{9}$$

где $\sigma^2_{\hat{x}^{\max}}$, $\sigma^2_{\hat{x}^{\text{cp}}}$ – максимальная и средняя дисперсии оценки величины x по модели (6) при условии использования «стандартной» области планирования эксперимента; $\sigma^2_{\hat{y}^{\max}}$, $\sigma^2_{\hat{y}^{\text{cp}}}$ – максимальная и средняя дисперсии оценки величины $y = y_1$ в рамках модели $y_1 = f_1(x_1,...,x_n)$ для основного измерительного канала; V_{Ω_Y} – объем области Ω_Y.

Таким образом, учет квазиоптимальности процедуры синтеза обратного оператора СИИС с помощью коэффициентов $K_{\max}$ и K_{cp} позволяет для конкретного типа ИС выбрать наиболее эффективную процедуру идентификации в смысле минимизации выражений (8) или (9) (критериев *G*- или *Q*-оптимальности), а также планировать МИ в «стандартной» области Ω_X.

Так как в пределах конкретного типа ИС коэффициенты квазиоптимальности $K_{\max}$ или K_{cp} есть величины примерно постоянные (учитывая единую технологию ИС), то предварительный их расчет позволяет для решения задачи минимизации затрат на МИ при построении обратного оператора СИИС с заданной точностью в полной мере использовать методы теории оптимального эксперимента.

В процессе исследований были проведены МИ модифицированных (с асимметричными каналами) двухканальных тензометрических датчиков давления типа Вт-232 в диапазоне измеряемых давлений $0 \div 2$ МПа и рабочих температур $-60 \div 90°$ С. По результатам МИ с помощью ЭВМ был произведен расчет коэффициентов квазиоптимальности $K_{\max}$ или K_{cp}. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения коэффициентов квазиоптимальности

Номер датчика	003	030	027	948 (с питанием от ист. тока)	948 (с питанием от ист. напряжения)
$K_{\max}$	0,688	0,723	0,721	0,944	0,874
K_{cp}	0,654	0,676	0,663	0,774	0,722

Как видно из табл. 1, «нестандартность» области Ω_Y по причине зависимости вектора предикторных переменных Y снижает точность оценки измеряемой величины x по сравнению с оптимальной процедурой идентификации при независимых компонентах вектора предикторных переменных и известной «стандартной» области их определения. Указанное обстоятельство обязательно следует учитывать на этапе проведения предварительных МИ в условиях синтеза обратного оператора СИИС с наперед заданной точностью.

Заключение

Планирование МИ при нахождении обратного оператора статической СИИС является квазиоптимальной процедурой из-за неопределенности и «нестандартности» области определения Ω_Y обратного оператора. Учет квазиоптимальности процедуры синтеза обратного оператора СИИС позволяет для конкретного типа ИС выбрать наиболее эффективную процедуру идентификации в смысле *G*- или *Q*-критериев, а также планировать МИ в «стандартной» области в виде *n*-мерного гиперкуба.

Список литературы

1. Земельман М. А. Автоматическая коррекция погрешностей измерительных устройств. М. : Издательство стандартов, 1972. 200 с.
2. Петров Б. Н., Викторов В. А., Лукин Б. В. Принцип инвариантности в измерительной технике. М. : Наука, 1976. 244 с.
3. Ларионов В. А. Методы аппроксимации обратных функций преобразования интеллектуальных датчиков // Датчики и системы. 2011. № 11. С. 6–11.
4. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем со многими неизвестными. М. : Мир, 1975. 558 с.
5. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. М. : Высш. шк., 2003. 384 с.
6. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В. Вычислительные методы. СПб. : Лань, 2014. 672 с.
7. Таблицы планов эксперимента для факторных и полиномиальных моделей / под ред. В. В. Налимова. М. : Металлургия, 1982. 751 с.
8. Себер Д. Линейный регрессионный анализ. М. : Мир, 1980. 456 с.
9. Макаричев Ю. А., Иванников Ю. Н. Методы планирования эксперимента и обработки данных : учеб. пособие. Самара : Самар. гос. техн. ун-т, 2016. 131 с.

References

1. Zemel'man M.A. *Avtomaticheskaya korrektsiya pogreshnostey izmeritel'nykh ustroystv = Automatic correction of measurement device errors*. Moscow: Izdatel'stvo standartov, 1972:200. (In Russ.)
2. Petrov B.N., Viktorov V.A., Lukin B.V. *Printsip invariantnosti v izmeritel'noy tekhnike = The principle of invariance in measuring technology*. Moscow: Nauka, 1976:244. (In Russ.)
3. Larionov V.A. Methods of approximation of inverse transformation functions of intelligent sensors. *Datchiki i sistemy = Sensors and systems*. 2011;(11):6–11. (In Russ.)
4. Ortega Dzh., Reynboldt V. *Iteratsionnye metody resheniya nelineynykh sistem so mnogimi neizvestnymi = .* Moscow: Mir, 1975:558. (In Russ.)
5. Yablonskiy S.V. *Vvedenie v diskretnuyu matematiku = Introduction to discrete mathematics*. Moscow: Vyssh. shk., 2003:384. (In Russ.)
6. Amosov A.A., Dubinskiy Yu.A., Kopchenova N.V. *Vychislitel'nye metody = Computational methods*. Saint Petersburg: Lan', 2014:672. (In Russ.)
7. Nalimov V.V. (ed.). *Tablitsy planov eksperimenta dlya faktornykh i polinomial'nykh modeley = Tables of experimental plans for factorial and polynomial models*. Moscow: Metallurgiya, 1982:751. (In Russ.)
8. Seber D. *Lineynyy regressionnyy analiz = Linear regression analysis*. Moscow: Mir, 1980:456. (In Russ.)
9. Makarichev Yu.A., Ivannikov Yu.N. *Metody planirovaniya eksperimenta i obrabotki dannykh: ucheb. posobie = Methods of experiment planning and data processing : textbook*. Samara: Samar. gos. tekhn. un-t, 2016:131. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Геннадий Иванович Козырев
доктор технических наук, профессор,
профессор кафедры телеметрических систем,
комплексной обработки и защиты информации,
Военно-космическая академия
имени А. Ф. Можайского
(Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, 13)
E-mail: vka@mil.ru

Gennadiy I. Kozyrev
Doctor of technical sciences, professor,
professor of the sub-department
of telemetric systems, integrated processing
and information protection,
Military Space Academy
named after A. F. Mozhaysky
(13 Zhdanovskaya street, St. Petersburg, Russia)

Валентин Дмитриевич Усиков
адъюнкт,
Военно-космическая академия
имени А. Ф. Можайского
(Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, 13)
E-mail: vka@mil.ru

Valentin D. Usikov
Adjunct,
Military Space Academy
named after A. F. Mozhaysky
(13 Zhdanovskaya street, St. Petersburg, Russia)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов /
The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию/Received 17.06.2021
Поступила после рецензирования/Revised 24.06.2021
Принята к публикации/Accepted 29.09.2021