

ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

INFORMATION-MEASURING AND CONTROL SYSTEMS

УДК 621.391

doi: 10.21685/2307-5538-2024-4-1

МЕТОДЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ АМПЛИТУДЫ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ В КАНАЛАХ С ОГРАНИЧЕННЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ ДИАПАЗОНОМ

Б. В. Чувькин¹, И. А. Долгова², Г. В. Миловзоров³

^{1,2} Пензенский государственный университет, Пенза, Россия

³ Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова, Ижевск, Россия

¹ chuvukin_bv@mail.ru, ² dolgovair@mail.ru, ³ gvmilovzorov@mail.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Актуальность тематики определяется все более широким применением в информационно-измерительных системах датчикообразующей аппаратуры специального назначения. В работе поднимается проблема восстановления импульсных информационных сигналов с искаженной из-за ограничения динамического диапазона амплитудой. *Материалы и методы.* Для решения проблемы были использованы методы математического аппарата теории целых функций экспоненциального типа, теории вейвлетов или математических моделей во временной области. При применении этих методов восстановление искаженной амплитуды импульсных информационных сигналов в зависимости от частотно-временных свойств сигналов выполняется на этапе цифровой обработки измерительного сигнала путем решения систем линейных уравнений. *Результаты.* Рассмотрены необходимые и достаточные условия для восстановления экстремальных значений амплитуд импульсных сигналов с использованием измерительной информации неискаженной части сигнала и априорной информации о его частотно-временных свойствах. Приведены примеры алгоритмов восстановления для трех классов измерительных импульсных сигналов. *Выводы.* Анализ результатов проведенных исследований позволяет считать перспективным использование рассмотренных методов в информационно-измерительных системах для решения задач снижения амплитудных искажений, вызванных ограниченным динамическим диапазоном.

Ключевые слова: импульсные сигналы, амплитудные искажения, динамический диапазон, финитные функции, вейвлеты, интерполяционные функции

Для цитирования: Чувькин Б. В., Долгова И. А., Миловзоров Г. В. Методы восстановления амплитуды импульсных сигналов в каналах с ограниченным динамическим диапазоном // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. 2024. № 4. С. 5–12. doi: 10.21685/2307-5538-2024-4-1

PULSE SIGNAL AMPLITUDE RECOVERY METHODS IN CHANNELS WITH LIMITED DYNAMIC RANGE

B.V. Chuvykin¹, I.A. Dolgova², G.V. Milovzorov³

^{1,2} Penza State University, Penza, Russia

³ Izhevsk State Technical University named after M.T. Kalashnikov, Izhevsk, Russia

¹ chuvukin_bv@mail.ru, ² dolgovair@mail.ru, ³ gvmilovzorov@mail.ru

Abstract. *Background.* The relevance of the topic is determined by the increasing use of special-purpose sensor-converting equipment in information and measuring systems. The paper raises the problem of restoring pulsed information signals with amplitude distorted due to the limitation of the dynamic range. *Materials and methods.* To solve the problem, the methods of the mathematical apparatus of the theory of integer functions of exponential type, the theory of wavelets or mathematical models in the time domain were used. When applying these methods, the restoration of the distorted amplitude of pulsed information signals depending on the frequency-time properties of the signals is carried out at the stage of digital processing of the measuring signal by solving systems of linear equations. *Results.* Necessary and sufficient conditions for recovery of extreme values of amplitudes of pulse signals are considered, using measuring information of undistorted part of signal and a priori information on its frequency-time properties. Examples of recovery algorithms for three classes of measuring pulse signals are given. *Conclusions.* Analysis of the results of the conducted studies allows us to consider the use of the considered methods in information and measuring systems for solving problems of reducing amplitude distortions caused by a limited dynamic dipason.

Keywords: pulse signals, amplitude distortion, dynamic range, finite functions, wavelets, interpolation functions

For citation: Chuyvkin B.V., Dolgova I.A., Milovzorov G.V. Pulse signal amplitude recovery methods in channels with limited dynamic range. *Izmerenie. Monitoring. Upravlenie. Kontrol' = Measuring. Monitoring. Management. Control.* 2024;(4):5–12. (In Russ.). doi: 10.21685/2307-5538-2024-4-1

Введение

При измерении «тонкой структуры» сигналов малого уровня могут возникнуть искажения импульсных сигналов высокого уровня из-за ограничения динамического диапазона измерительного канала. Информация об экстремальном значении амплитуды импульса и моменте его наступления является важнейшей информативной составляющей импульсного сигнала. Задача расчета значения амплитуды импульса и момента его наступления может быть решена различными методами в зависимости от конкретных условий.

Цель данной статьи – рассмотрение общих методов восстановления амплитуды импульсных сигналов в каналах с ограниченным динамическим диапазоном.

Постановка задачи

Исследовать необходимые и достаточные условия восстановления экстремальных значений амплитуд импульсных сигналов с использованием измерительной информации неискаженной части сигнала и априорной информации об его частотно-временных свойствах.

Теория

В качестве исходных математических моделей можно использовать три общих метода описания импульсных сигналов:

1. Описание импульсных сигналов в частотной области. Предполагается, что математической моделью импульсных сигналов могут служить сигналы с финитным спектром. Условие финитности спектра в ряде случаев является допустимой идеализацией. В качестве примера можно указать функцию Котельникова, которая является частным случаем в теории целых функций экспоненциального типа (ЦФЭТ) [1]. Из теории ЦФЭТ известно, что сигналы с финитным спектром допускают однозначное представление во временной области своими нулями. Из этого следует, что при выполнении определенных условий сигнал может быть восстановлен без искажений с использованием математической процедуры факторизации. Поскольку ограничение амплитуды не приводит к потере информации о нулевых значениях сигнала, процедура факторизации может служить математической основой для разработки практических интерполяционных алгоритмов восстановления сигналов, ограниченных по амплитуде [2].

2. Сигналы, хорошо локализованные в частотно-временной области. В качестве примера этого класса сигналов можно указать сигнал «Мексиканская шляпа» (вторая производная от функции Гаусса). Для описания этого класса сигналов используется математическая теория вэйвлетов [3]. Вэйвлеты нашли широкое практическое применение в измерительной технике [4]. Существует достаточное количество базовых вейвлет-функций и алгоритмов их синтеза с заданными частотно-временными свойствами. Благодаря этому для данного класса сигналов алгоритм восстановления можно построить путем последовательного подбора наилучшей вэйвлет-интерполяционной функции.

3. Описание сигналов во временной области. Такой подход имеет место при наличии априорной информации в виде математической модели импульсных сигналов, полученной на основе статистических данных, например, таких как кардиосигналы в медицине, либо с использованием известного механизма сигналообразования [5].

Рассмотрим некоторые прикладные вопросы построения интерполяционных функций, которые возникают при использовании этих математических моделей.

Результаты экспериментов

Для варианта описания импульсных сигналов в частотной области в качестве алгоритма факторизации можно воспользоваться представлением импульсного сигнала $g(t)$ с финитным спектром своими действительными нулями [2]:

$$g(t) = \frac{\sin(\pi t)^m}{(\pi t)^q} \cdot \frac{\prod_{j=1}^L \left(1 - \left(\frac{t}{d_j}\right)^2\right)}{\prod_{k=1}^M \left(1 - \left(\frac{t}{s_k}\right)^2\right)} \cdot \prod_{p=1}^K (\cos(\pi t) - \cos(\pi t_p)), \quad (1)$$

где m – кратность нуля базовой функции в особой точке $t = 0$; q – количество исключенных нулей в начале координат $q = 0, 1, \dots, m$; K – количество нулей базовой функции на интервале периодичности; M – количество исключенных симметричных пар нулей; L – количество введенных симметричных пар нулей; $t_1, t_2, \dots, t_p, \dots, t_K$ – двойные нули базовой функции на интервале периодичности $[-1, 1]$.

В формуле (1) допущены некоторые упрощения, которые являются необходимыми для ее корректного использования. Целые функции экспоненциального типа определены на всем бесконечном интервале времени, в то время как импульсный сигнал ограничен во времени на некотором интервале. По этой причине нули базовой функции $[t_1, t_2, \dots, t_p, \dots, t_K]$ на интервале $[-1, 1]$ должны быть продолжены в виде периодической последовательности на весь интервал времени. Для аппроксимации неперiodических нулей предусмотрены процедуры исключения нулей (s_k) и введение новых нулей (d_j).

Очевидно, что импульсные сигналы с финитным спектром, которые могут быть представлены формулой (1), допускают однозначное представление своими нулями и могут быть полностью восстановлены с точностью до масштаба через процедуру факторизации при любом уровне ограничения их амплитуд.

При практической реализации интерполяции по вещественным нулям возникает проблема нахождения комплексно-сопряженных пар нулей, которые в отличие от вещественных нулей не могут быть определены непосредственно из условия $g(t) = 0$ и не приведены в формуле (1).

Трудность заключается в том, что простых методов нахождения комплексных нулей не найдено. Так, наличие комплексно-сопряженных пар нулей в точке экстремума приводит к тому, что форма импульса меняется вплоть до перехода к многоэкстремальной форме импульса.

Учесть влияние комплексно-сопряженных пар нулей можно путем введения в формулу (1) дополнительного сомножителя с комплексно-сопряженными парами нулей $\pm iz_1, \pm iz_2, \dots, \pm iz_E$:

$$g^*(t) = g(t) \prod_{i=1}^E (\sin(\pi t)^2 + z_i^2). \quad (2)$$

Из этого следует, что при использовании обобщенной формулы (2) необходимо рассмотреть несколько вариантов ($m = 1; E = 0$), ($m = 2; E = 0$), ($m = 1; E = 1$) и т.д. При этом критерием выбора наилучшего варианта интерполяционной формулы служит вариант, при котором имеет место минимальная погрешность интерполяции на неискаженных участках сигнала.

Рассмотрим пример восстановления амплитуды импульсного сигнала с финитным спектром и комплексно-сопряженной парой нулей в точке экстремума, что проявляется как «раздвоение» вершины импульса (рис. 1).

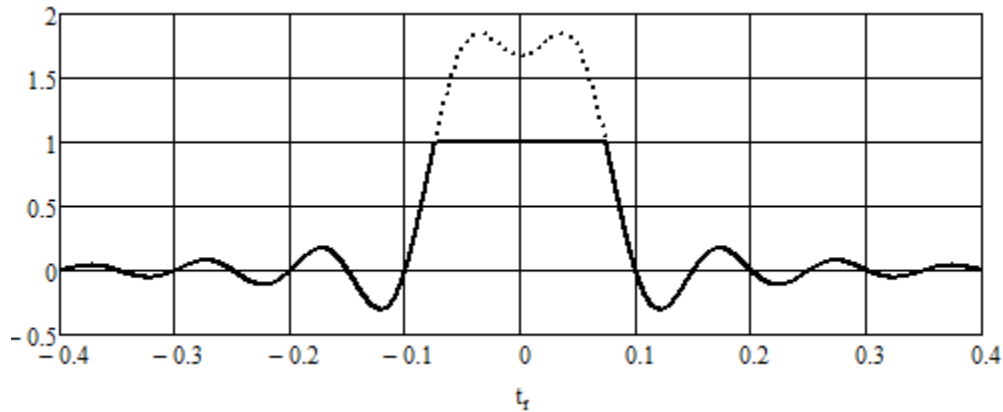


Рис. 1. Импульсный сигнал $x(t)$ без ограничения (пунктирная линия) и с ограничением по амплитуде (сплошная линия)

В качестве исходных условий служат значения координат нулей $t_1; t_2; \dots; t_D$, моменты времени T_1, T_2 начала и окончания ограничения сигнала, и амплитуда ограничения Um . Интерполяционная формула $Mc \cdot Ir(t)$, построенная из этих условий, приведена ниже:

$$Ir(t) = Mc \cdot (\sin(\pi t)^2 + z^2)^* \cdot \left(\frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \right)^\beta \cdot \prod_{p=1}^D (\cos(\pi t) - \cos(\pi p t_p)). \quad (3)$$

В формуле (3) сомножитель, отмеченный (*), исключается для варианта отсутствия комплексных нулей. Масштабный коэффициент Mc находится из условия $Ir(T_1) + Ir(T_2) = 2Um$.

Ниже (на рис. 2) приведены графики восстановленного сигнала $Ir(t)$ по формуле (3) и исходного сигнала $x(t)$. Для расчета использовались только первые пять пар нулей ($D = 5$) и $\beta = 1$. Предполагалось, что координаты остальных нулей остались неизвестны из-за наличия помех, поэтому для корректного использования формулы (2) были введены дополнительные нули. Координаты нулей выбирались так, чтобы на всем интервале времени их плотность оставалась постоянной. Общее количество нулей, согласно формуле (1), равно $K = 20$.

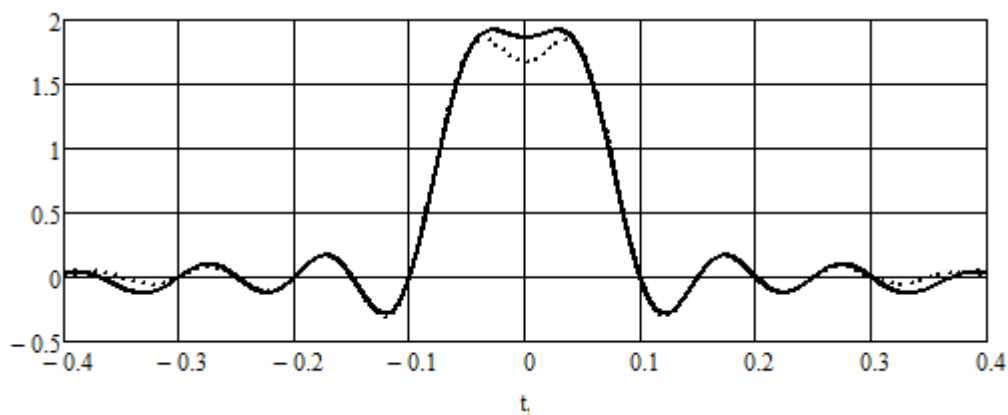


Рис. 2. График восстановленного сигнала $Ir(t)$ (сплошная линия) и график исходного сигнала $x(t)$ (пунктирная линия)

Отметим, что использование классических формул полиномиальной интерполяции не дает возможность даже качественного восстановления импульсного сигнала (обнаружения двух экстремумов). Наличие априорной информации о частотных свойствах импульсного сигнала позволяет решить задачу не только на качественном уровне (наличие двух экстремумов), но и на количественном уровне найти приближенные значения амплитуд экстремальных точек.

Для варианта описания сигналов, хорошо локализованных в частотно-временной области, рассмотрим пример использования вейвлет-интерполяционной функции на основе сплайнов. Отметим, что сплайны – это полиномиальные функции с максимальной гладкостью, которые не имеют разрывов производных высоких порядков до уровня $k - 1$, где k – это порядок

полинома [3]. Вэйвлет-интерполяционные функции удобно представлять, используя их операторную запись в виде обобщенной аналого-цифровой передаточной функции $H(p,z)$ [5]:

$$H(p,z) = H(p)H(z) = \left[\left(\frac{1-e^{-p}}{p} \right)^k \cdot (1-e^{-p})^{2m} \right] \cdot \left[z^{-N} \cdot \sum_{j=1}^N a_j (z^j + z^{-j}) \right], \quad (5)$$

где p – оператор дифференцирования Лапласа для непрерывной (аналоговой) формы представления сигнала; z – оператор сдвига на шаг дискретизации для цифровой (дискретной) формы представления сигнала; передаточная функция $H(p)$ – это операторное представление $2m$ -кратного дифференцирования сплайна k -го порядка; $H(z)$ – передаточная функция цифрового фильтра N -го порядка; a_j – коэффициенты алгоритма разложения сигнала по гармоникам сплайн-вэйвлет функции [4].

Во временной области сплайн-вэйвлет функция $g(t)$ в явном виде находится после подстановки $p = i\omega z = e^{j\omega}$ в формулу (5), через обратное преобразование Фурье $F\{\}$: $g(t) = F\{H(i\omega) H(e^{j\omega})\}$. Ниже (на рис. 3) приведены примеры сплайн-вэйвлет функций для различных значений порядка k и кратности дифференцирования $2m$.

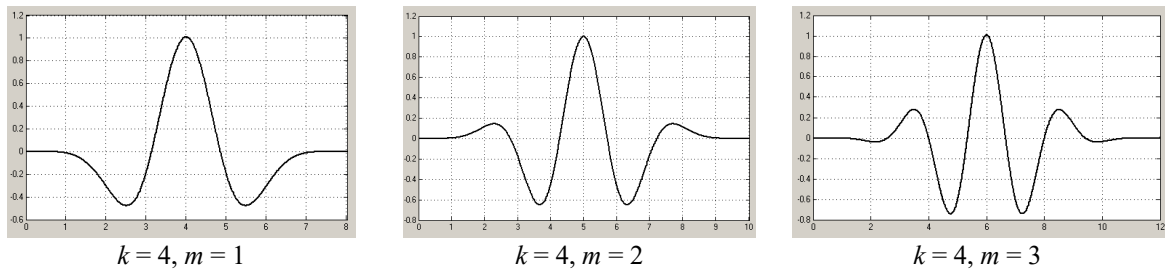


Рис. 3. Сплайн-вэйвлет функции для $k = 4$ и кратности дифференцирования: $m = 1$, $m = 2$ и $m = 3$

Выбор кратности дифференцирования m при построении вэйвлет-интерполяционной функции, как это видно из рис. 3, будет зависеть от числа затухающих колебаний в информативном импульсном сигнале. При увеличении порядка k до значений 5–6, сплайн приближается по форме к функции Гаусса, что дает возможность с достаточной точностью восстанавливать импульсные колебательные сигналы, амплитуда которых убывает по экспоненциальному закону.

На рис. 4 приведен пример восстановления импульсного колебательного сигнала вэйвлет-интерполяционной функцией с ограниченной гладкостью ($k = 4, m = 2$).

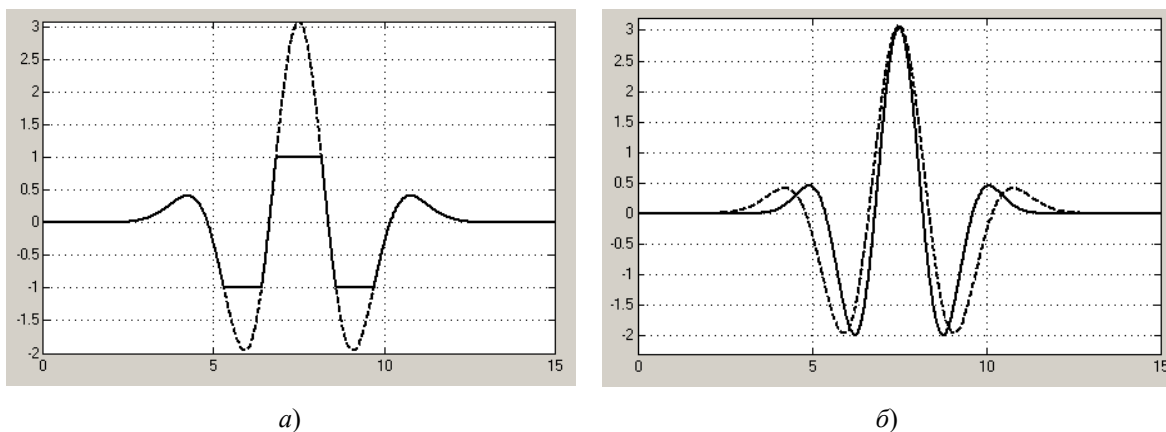


Рис. 4. Графики: *a* – импульсного сигнала, ограниченного по амплитуде (сплошная линия); *б* – восстановленного сигнала (неискаженный сигнал – пунктирная линия)

Отметим, что использование вейвлет-интерполяционных функций на основе сплайнов, преимущество которых в простоте реализации, имеет и существенный недостаток, поскольку необходимым условием его корректного применения является условие центральной симметрии импульсного сигнала, что на практике выполняется далеко не всегда.

Для восстановления несимметричных импульсных сигналов очевидным решением является использование несимметричных по форме взрывов, например взрывы И. Добиши [3]. Однако этому вопросу в литературе уделено мало внимания, что связано со сложностью алгоритмов математического описания данного класса сигналов.

Описание сигналов во временной области рассмотрим на примерах восстановления сейсмических импульсов. Модели сейсмических импульсов в сейсморазведке, которые используются для приближенного описания реальных сейсмограмм, приведены ниже в табл. 1 [6].

Таблица 1

Математические модели сейсмических импульсов

Название	Математическая модель	Нормированные временные формы
1. Берлаге	$g(t) = t^k \cdot \exp(-bt) \cdot \sin(\omega t + \phi)$	$\omega = 2\pi, k = 6, b = 5$
2. Гельфанда	$g(t) = \exp(-bt^2) \cdot \sin(\omega t)$	$\omega = 2\pi, b = 3$
3. Риккера	$g(t) = (1 - 2(\omega t / 2)^2) \cdot \exp(-(\omega t / 2)^2)$	$\omega = 2\pi, b = 3$
4. Пузырева	$g(t) = (\exp(-\omega t / \pi))^2 \cdot \sin(\omega t / \pi + \phi)$	$\omega = 2\pi$
Значение фазы ϕ находится из условия: $\int g(t, \phi) dt = 0$		

Рассмотрим алгоритм восстановления импульсного информационного сигнала $x(t)$ с искаженной из-за ограничения динамического диапазона амплитудой на примере импульса Берлаге (рис. 5).

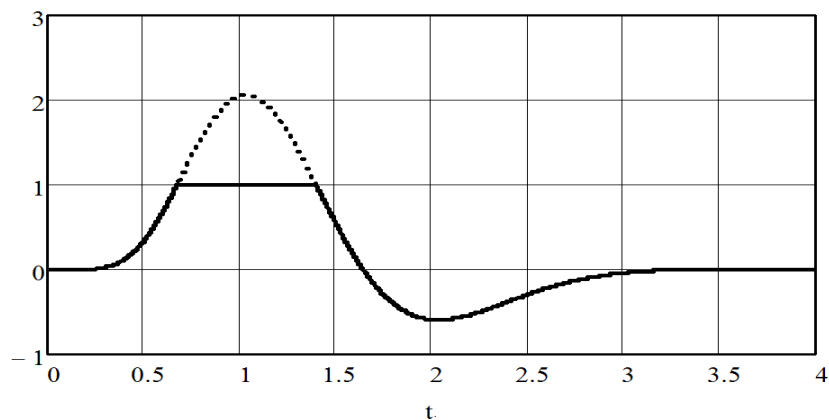


Рис. 5. Графики импульса Берлаге, искаженного из-за ограничения динамического диапазона (сплошная линия), исходный сигнал – пунктирная линия

Исходя из формулы (табл. 1 п.1), неизвестными величинами для построения интерполяционной функции являются k, b, ω , а также моменты времени начала $T1$ и окончания $T2$ ограничения сигнала. Начальное значение k выбирается из колонки таблицы «Нормированные временные формы». Его значение уточняется по критерию наилучшей интерполяции переднего фронта сигнала до момента $T1$. Значения коэффициентов b и ω нормированы и соответствуют частоте колебаний 1 Гц. Их оптимальные значения подбираются с помощью итерационного алгоритма расчета коэффициента подобия $R(b, \omega)$, реализующего процедуру нормированной свертки:

$$R(b, \omega) = \frac{\int_{T2}^{\infty} g(t, b, \omega) \cdot x(t) d(t)}{\sqrt{\int_{T2}^{\infty} g(t, b, \omega)^2 d(t)} \cdot \sqrt{\int_{T2}^{\infty} x(t)^2 d(t)}}. \quad (6)$$

Критерием оптимального результата является условие, при котором значение коэффициента подобия $R(b, \omega)$ достигает локального максимума. Предельное значение $R(b, \omega)$ равно единице при выполнении условия полного совпадения формы синтезированного сигнала $g(t)$ с формой исходного информационного сигнала $x(t)$.

Заключение

В статье приведены примеры алгоритмов восстановления для следующих трех классов измерительных импульсных сигналов:

- 1) для импульсных сигналов в частотной области предлагается в качестве математической модели использовать математическую процедуру факторизации;
- 2) для сигналов, хорошо локализованных в частотно-временной области, предлагается в качестве математической модели использовать вейвлет-интерполяционные функции;
- 3) для сигналов во временной области предлагается в качестве математической модели использовать модели импульсных сигналов, полученные на основе статистических данных, или модели, построенные с применением известного механизма сигналообразования.

Анализ результатов подтверждает перспективность использования рассмотренных методов в информационно-измерительных системах для решения задач снижения амплитудных искажений, вызванных ограниченным динамическим диапазоном измерительных каналов.

Список литературы

1. Хургин Я. И., Яковлев В. П. Фinitные функции в физике и технике. М. : Наука, 1971. 408 с.
2. Чувькин Б. В. Фinitные функции. Теория и инженерные приложения. Пенза : Изд-во Пенз. гос. ун-та, 1999. 100 с.
3. Чуи Ч. Введение в вейвлеты : пер. с англ. М. : Мир, 2001. 412 с.
4. Истомина Т. В., Чувькин Б. В., Щеголев В. Е. Применение теории wavelets в задачах обработки информации. Пенза : Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2000. 160 с.
5. Чувькин Б. В., Долгова И. А. Метод синтеза аналого-цифровых фильтров замкнутого вида с линейной фазой и фinitной импульсной весовой функцией для многоканальных информационно-измерительных систем // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. 2024. № 2. С. 32–39.
6. Рабинович Е. В., Ганчин К. С., Пупышев И. М., Шефель Г. С. Модель сейсмического импульса, возникающего при гидравлическом разрыве пласта // Математические структуры и моделирование. 2014. № 4. С. 105–111.

References

1. Khurgin Ya.I., Yakovlev V.P. *Finitnye funktsii v fizike i tekhnike = Finite functions in physics and technology*. Moscow: Nauka, 1971:408. (In Russ.)
2. Chuvykin B.V. *Finitnye funktsii. Teoriya i inzhenernye prilozheniya = Theory and engineering applications*. Penza: Izd-vo Penz. gos. un-ta, 1999:100. (In Russ.)
3. Chui Ch. *Vvedenie v veyvlety: per. s angl. = Introduction to wavelets : translated from English*. Moscow: Mir, 2001:412. (In Russ.)
4. Istomina T.V., Chuvykin B.V., Shchegolev V.E. *Primenenie teorii wavelets v zadachakh obrabotki informatsii = Application of the theory of wavelets in information processing problems*. Penza: Izd-vo Penz. gos. un-ta, 2000:160. (In Russ.)
5. Chuvykin B.V., Dolgova I.A. A method for synthesizing analog-to-digital closed-loop filters with a linear phase and a finite pulse weighting function for multichannel information and measurement systems. *Izmerenie. Monitoring. Upravlenie. Kontrol' = Measurement. Monitoring. Management. Control*. 2024;(2): 32–39. (In Russ.)
6. Rabinovich E.V., Ganchin K.S., Pupyshv I.M., Shefel' G.S. Model of the seismic pulse arising during hydraulic fracturing. *Matematicheskie struktury i modelirovanie = Mathematical structures and modeling*. 2014;(4):105–111. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Борис Викторович Чувькин

доктор технических наук, профессор,
профессор кафедры информационно-
вычислительных систем,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: chuvukin_bv@mail.ru

Boris V. Chuvykin

Doctor of technical sciences, professor,
professor of the sub-department
of information and computing systems,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Ирина Анатольевна Долгова

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры информационно-
вычислительных систем,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: dolgovair@mail.ru

Irina A. Dolgova

Candidate of technical sciences, associate professor,
associate professor of the sub-department
of information and computing systems,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Георгий Владимирович Миловзоров

доктор технических наук, профессор,
профессор кафедры тепловых двигателей
и установок,
Ижевский государственный технический
университет имени М. Т. Калашникова
(Россия, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7)
E-mail: gvmilovzorov@mail.ru

Georgy V. Milovzorov

Doctor of technical sciences, professor,
professor of the sub-department
of heat engines and installations,
Izhevsk State Technical University
named after M.T. Kalashnikov
(7 Studentskaya street, Izhevsk, Russia)

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов /
The authors declare no conflicts of interests.**

Поступила в редакцию/Received 13.06.2024

Поступила после рецензирования/Revised 08.07.2024

Принята к публикации/Accepted 05.08.2024